

Premios del Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid para Estudiantes de Secundaria

Primera Edición, 2006/2007

TRABAJO: Probabilidad: sobreventa

*MENCIÓN ESPECIAL (POR LA ORIGINALIDAD DEL
TEMA TRATADO)*

AUTORES:

- o Susana Calero Andrinal
- o Beatriz Conde Pescador
- o Isabel Gay Durán

TUTORES:

- o Antonio Rodrigo

CENTRO: Tres Olivos (Madrid)



Overbooking



Sombra Gris



desde

752€

Overbooking

1.- Introducción y antecedentes

Hemos escogido el tema del overbooking, porque es un tema actual y ocurre muy a menudo.

2.- Objetivos

Nuestros objetivos en este proyecto son entender el overbooking y las estadísticas en las que se basan las compañías aéreas para indemnizar a los afectados.

3.- Resultados

Hemos desarrollado un ejemplo con datos reales de un viaje Madrid-Paris en el que se produce el overbooking:

Una pequeña compañía aérea planea un viaje Madrid-Paris, con un avión en el que sólo caben 20 pasajeros y vende los billetes a 752€. Mediante una serie de estadísticas, establecemos una probabilidad de las personas que embarcarán (P) y las que no (1-P). Según estas estadísticas, el 90% de los pasajeros llegarán a embarcar, por lo que la compañía vende un número extra de billetes. En ocasiones esto falla y han vendido más billetes del número que pasajeros que caben el avión. Este fenómeno se llama "Overbooking". Por este motivo un determinado grupo de personas no pueden realizar su viaje, y la compañía debe darles una indemnización, que en este caso, debido a la duración del viaje y la clase de los billetes es de 450€.

Nº de pasajeros que embarcan	Probabilidad	Porcentaje
1	1,8E-18	1,8E-16
2	1,539E-16	1,539E-14
3	8,3106E-15	8,3106E-13
4	3,1788E-13	3,1788E-11
5	9,15496E-12	9,155E-10
6	2,05987E-10	2,0599E-08
7	3,70776E-09	3,7078E-07
8	5,4226E-08	5,4226E-06
9	6,50711E-07	6,5071E-05
10	6,44204E-06	0,0006442
11	5,27076E-05	0,00527076
12	0,000355776	0,03557765
13	0,001970454	0,19704544
14	0,008867045	0,88670448
15	0,031921361	3,19213611
16	0,089778828	8,97788281
17	0,190119871	19,0119871
18	0,285179807	28,5179807
19	0,270170344	27,0170344
20	0,121576655	12,1576655

En esta tabla se ve reflejada la probabilidad de que embarque 1, 2, 3 pasajeros y así sucesivamente hasta 20.

Ahora calculamos la probabilidad en cada caso si vendemos 21 billetes.

Nº de pasajeros que embarcan	Probabilidad	Porcentaje
1	1,89E-19	1,89E-17
2	1,701E-17	1,701E-15
3	9,6957E-16	9,6957E-14
4	3,92676E-14	3,9268E-12
5	1,20159E-12	1,2016E-10
6	2,88381E-11	2,8838E-09
7	5,56164E-10	5,5616E-08
8	8,75958E-09	8,7596E-07
9	1,13875E-07	1,1387E-05
10	1,22984E-06	0,00012298
11	1,10686E-05	0,00110686
12	8,30145E-05	0,00830145
13	0,000517244	0,05172443
14	0,002660113	0,26601134
15	0,011172476	1,11724764
16	0,037707108	3,77071078
17	0,099812932	9,98129325
18	0,199625865	19,9625865
19	0,283678861	28,3678861
20	0,255310975	25,5310975
21	0,109418989	10,9418989

En el caso de que acudan los 21 pasajeros la probabilidad es casi del 11%, con lo cual, en más del 89% de los casos no habría que pagar indemnización y sería ventajoso vender billetes de más.

Volvemos a hacer los cálculos, pero en este caso, para el supuesto de 22 billetes vendidos.

Nº de pasajeros que embarcan	Probabilidad	Porcentaje
1	1,98E-20	1,98E-18
2	1,8711E-18	1,8711E-16
3	1,12266E-16	1,12266E-14
4	4,79937E-15	4,79937E-13
5	1,555E-13	1,555E-11
6	3,96524E-12	3,96524E-10
7	8,15707E-11	8,15707E-09
8	1,3765E-09	1,3765E-07
9	1,92711E-08	1,92711E-06
10	2,25472E-07	2,25472E-05
11	2,21372E-06	0,000221372
12	1,82632E-05	0,001826319
13	0,000126437	0,012643749
14	0,000731531	0,073153119
15	0,00351135	0,351134972
16	0,01382594	1,382593954
17	0,04391769	4,391769029
18	0,109794226	10,97942257
19	0,208031165	20,80311645
20	0,280842072	28,08420721
21	0,240721776	24,07217761
22	0,09847709	9,847709022
21 22	0,339198866	33,91988663

Al calcular el caso de que vendiésemos 22 billetes, nos damos cuenta de que la probabilidad de que acudan los 22 pasajeros es menor, por tanto, la probabilidad de indemnización es menor.

A la vez, calculamos el supuesto de que aparecieran 21 ó 22 pasajeros, que posteriormente nos servirá para calcular el beneficio.

Repetimos las operaciones anteriores pero con el supuesto de vender 23 billetes:

Nº de pasajeros que embarcan	Probabilidad	Porcentaje
1	2,07E-21	2,07E-19
2	2,0493E-19	2,0493E-17
3	1,29106E-17	1,29106E-15
4	5,80977E-16	5,80977E-14
5	1,98694E-14	1,98694E-12
6	5,36474E-13	5,36474E-11
7	1,17258E-11	1,17258E-09
8	2,11064E-10	2,11064E-08
9	3,16596E-09	3,16596E-07
10	3,98911E-08	3,98911E-06
11	4,24296E-07	4,24296E-05
12	3,81867E-06	0,000381867
13	2,90806E-05	0,002908062
14	0,000186947	0,018694686
15	0,001009513	0,100951305
16	0,004542809	0,45428087
17	0,016835115	1,683511461
18	0,050505344	5,050534383
19	0,11961792	11,96179196
20	0,215312255	21,53122553
21	0,276830043	27,68300425
22	0,226497308	22,64973075
23	0,088629381	8,86293812
21 22 23	0,591956731	59,19567312

Con los datos obtenidos de la venta de 23 billetes, observamos que la probabilidad de que acudan todos los pasajeros aún más baja.

Pero en cambio, en este caso el beneficio no es mayor, debido a que en caso de que vengan 21, 22 ó 23 pasajeros la probabilidad de tener que pagar una indemnización es de más de la mitad.

Para calcular los beneficios esperados hemos utilizado los datos de las tablas anteriores y una serie de fórmulas:

- Para el caso de que vendamos 21 billetes: multiplicamos la probabilidad de que no acudan los 21 pasajeros por los ingresos al vender los 21 billetes (precio del billete por 21), más la probabilidad de que vengan los 21, multiplicado por los ingresos si vienen 21 pasajeros.

Los ingresos si vienen 21 pasajeros son los 21 billetes cobrados menos un billete que debemos devolver y una indemnización que hay que pagar.

Beneficio=[P(de que no vengan 21 pasajeros)· Ingresos de la venta de 21 billetes + P(vengan los 21 pasajeros · Ingresos cuando vienen los 21 pasajeros)]

- Para el caso de que vendamos 22 billetes: multiplicamos la probabilidad de que no acudan 21 ó 22 pasajeros (se ve reflejado en la tabla) por los ingresos obtenidos al vender 22 billetes, más la probabilidad de que acudan 21 pasajeros, multiplicados por los ingresos si vienen los 21 pasajeros, más la probabilidad de que vengan 22 pasajeros por los ingresos si vienen 22 pasajeros.

Beneficio= [P(de que no vengan los 21 ó 22 pasajeros)· ingresos de la venta de 21 billetes + P(vengan 21) · ingresos si vienen los 21 pasajeros + P(vengan 22) · Ingresos si vienen 22]

- Para el caso de que vendamos 23 billetes: multiplicamos la probabilidad de que no acudan 21, 22 ó 23 pasajeros por los ingresos de vender 23 billetes, más la probabilidad de que vengan 21 pasajeros, multiplicado por los ingresos si vienen los 21 pasajeros, más la probabilidad de que vengan los 22 pasajeros por los ingresos si vienen los 22 pasajeros, más la probabilidad de que vengan los 23 pasajeros por los ingresos si vienen los 23 pasajeros.

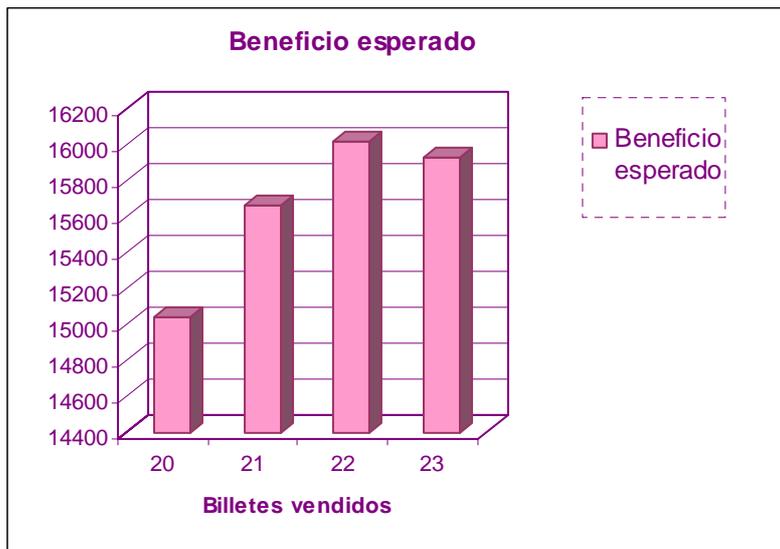
$$\text{Beneficio} = [P(\text{vengan 21, 22 ó 23 pasajeros}) \cdot \text{ingresos de la venta de 23 billetes} + P(\text{vengan 21}) \cdot \text{Ingresos si vienen 21 pasajeros} + P(\text{vengan 22}) \cdot \text{Ingresos si vienen 22} + P(\text{vengan 23 pasajeros}) \cdot \text{ingresos si vienen 23 pasajeros}]$$

Los beneficios obtenidos los vemos reflejados en la siguiente tabla:

Nº de billetes vendidos	Beneficio esperado
20	15040
21	15660,47838
22	16017,9135
23	15928,82724

4.- Conclusiones

Las compañías escogen un número de billetes extra para vender, de manera que les resulte rentable. En este ejemplo, la compañía escogería vender 22 billetes, es decir, dos billetes de más, ya que aún teniendo que pagar dos indemnizaciones y devolver dos billetes en el caso de que se presenten todos los pasajeros, los beneficios esperados son mayores que si solo vendiéramos los 20 billetes.



5.- Bibliografía

Consultas en Internet (búsqueda de datos reales para realizar el ejemplo) y el libro de matemáticas de 4º de la ESO (desarrollo de las fórmulas)

6.- Anexos

Excel (documento aparte)