Premios del Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid para Estudiantes de Secundaria

Tercera Edición, 2008/2009

TRABAJO: Construcción de una cúpula geodésica de orden 9 basada en el tetraedro

GANADOR EN LA CATEGORÍA DE BACHILLERATO

AUTORES:

- Alfonso Alhambra Morón
- Álvaro Felipe Melcor
- Miguel García Montero
- Pablo Rey García
- Alejandro Villalba Sierra

TUTORES:

- Juan Gregorio Sanz
- Aurora Lacruz López
- Miguel Sierra Serrano

CENTRO: I.E.S. Doctor Marañón (Alcalá de Henares, Madrid)

CONSTRUCCIÓN DE UNA CÚPULA GEODÉSICA DE ORDEN 9 BASADA EN EL TETRAEDRO

Grupo:
TETRACEDRON ELEVATVS VACVVS

Nivel: 1º y 2 de Bachillerato

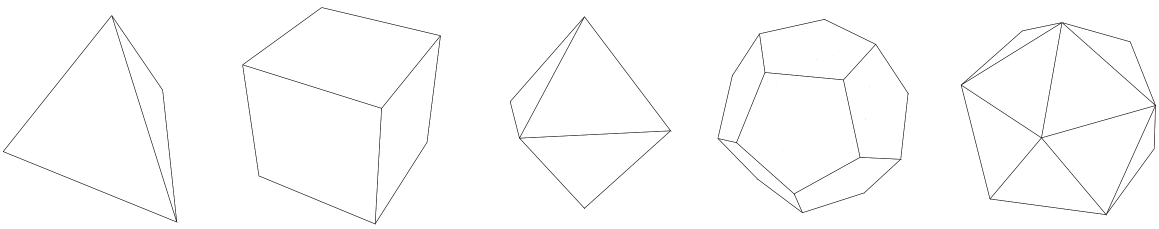
ÍNDICE

A. INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

CÚPULAS GEODÉSICAS: ¿Qué son?

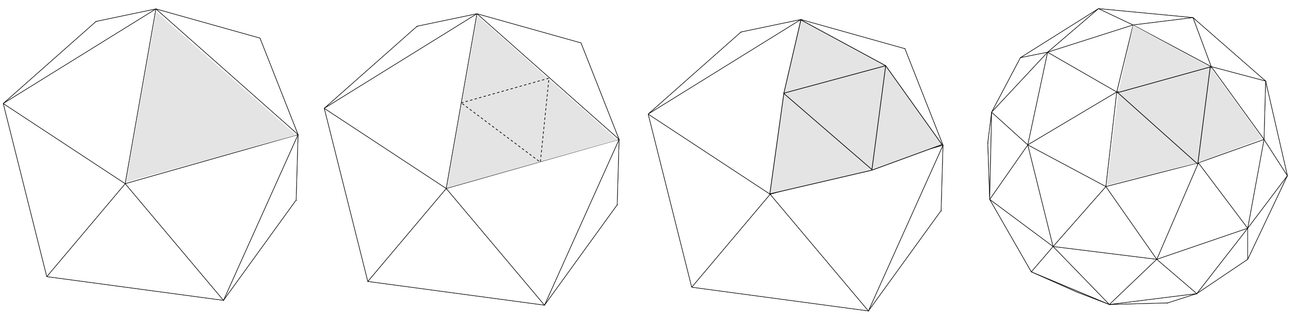
Una cúpula geodésica es una estructura formada por triángulos que componen una superficie inscrita en una semiesfera, hoy en día las podemos observar en edificios y construcciones modernas como el planetario del museo de ciencias naturales CosmoCaixa en Alcobendas, cerca de Madrid o la gran Cúpula, o mejor dicho, esfera geodésica de Buckminister Fuller.

Lo primero que hay que saber es de dónde vienen, de donde hay que partir para construir una cúpula geodésica, la respuesta a esta pregunta es sencilla, las cúpulas geodésicas se construyen a partir de los cinco poliedros regulares, que como sabemos son el tetraedro, el cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.



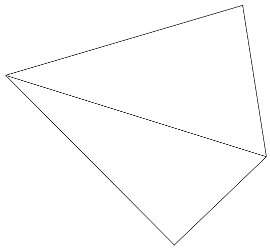
Tetraedro *Cubo* *Octaedro* *Dodecaedro* *Icosaedro*

A partir de ellos, para generar una cúpula geodésica de orden *n* lo que hacemos es dividir las aristas de cada cara en *n* partes iguales, unir los *n-1* puntos obtenidos en cada arista para subdividir la cara en varias caras proyectar los vértices de cada una de esas caras hacia la esfera definida por los vértices iniciales del poliedro regular tomando siempre como punto de partida del rayo proyectante, el centro de esa esfera. Lo

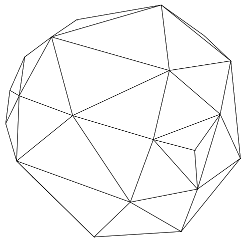


Como esta explicación puede resultar un tanto compleja de visualizar espacialmente, lo podemos resumir muy toscamente en “*inflar el poliedro regular*”.

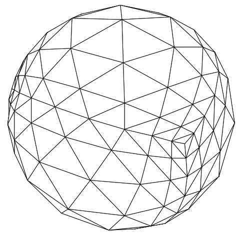
Las cúpulas geodésicas se pueden clasificar de una manera muy sencilla, primero, por el poliedro de origen, (cúpula geodésica tetraédrica, cúbica, etc.) Y para el apellido dejamos el orden que lo miden las *n* divisiones de la arista principal.



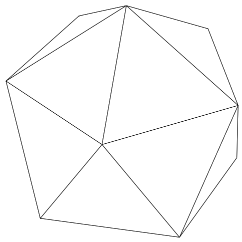
Tetraedro



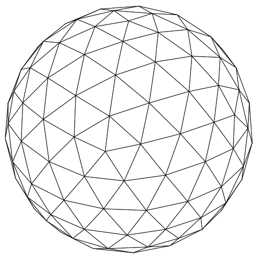
geodésica tetraédrica de orden 4



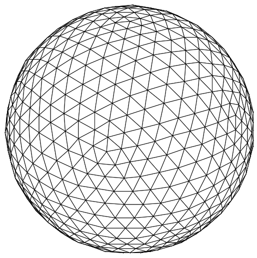
geodésica tetraédrica de orden 9



Dodecaedro



geodésica dodecaédrica de orden 4



geodésica dodecaédrica de orden 9

B. OBJETIVOS

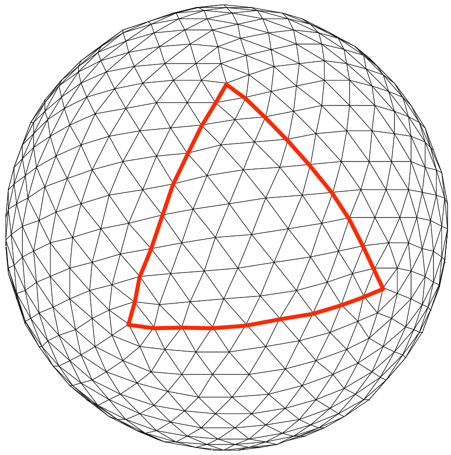
NUESTRA CÚPULA ¿Cuál construimos?

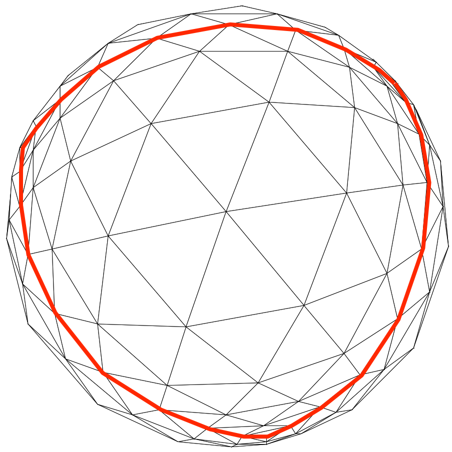
Nuestro objetivo principal es desarrollar, proyectar y construir nuestra propia cúpula geodésica.

Bien, después de esta primera toma de contacto con el mundillo de las cúpulas geodésicas, podemos empezar a hablar de qué tipo de cúpula es la que queremos hacer nosotros.

Para empezar veamos el poliedro de partida, vamos a pensar desde un primer momento en los poliedros cuyas caras son triangulares , que son estructuras rígidas, ya que las caras pentagonales o cuadradas del dodecaedro y el cubo no lo son.

Nos interesa, por economía de medios, triangular sólo una cara del poliedro de partida. Elegir un poliedro u otro tiene sus ventajas e inconvenientes. Si elegimos una cara del icosaedro triangulamos sólo 1/20 (5%) de toda su superficie, pero los triángulos que se obtienen son más uniformes. Si elegimos una cara del tetraedro, la superficie triangulada será de 1/4 (25%) con lo que la cúpula resultante dará más impresión de esfericidad, como inconveniente tendremos que los tamaños de los triángulos serán muy distintos entre sí.

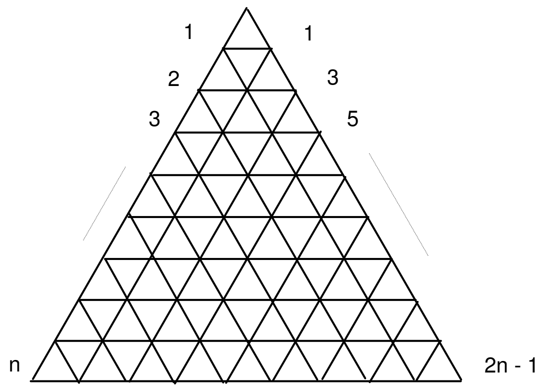




Esfera icosaédrica de orden 9 *Esfera tetraédrica de orden 9*

El número de triángulos en los que se divide una cara depende del número de subdivisiones que tiene su lado (orden de la esfera geodésica).

Para orden n el número de triángulos correspondientes a una cara se puede calcular del siguiente modo:



$$1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1 = \frac{1+2n-1}{2} \cdot n = n^2$$

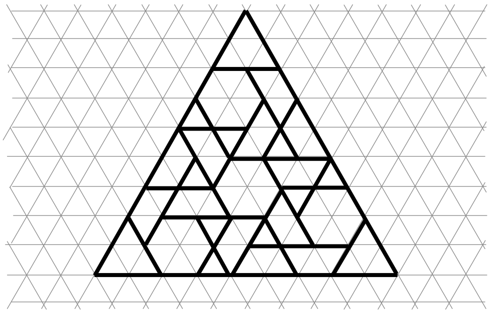
Nos interesa que el número total de triángulos sea múltiplo de 3 para poder dividir la cúpula completa en tres módulos iguales de igual número de piezas.

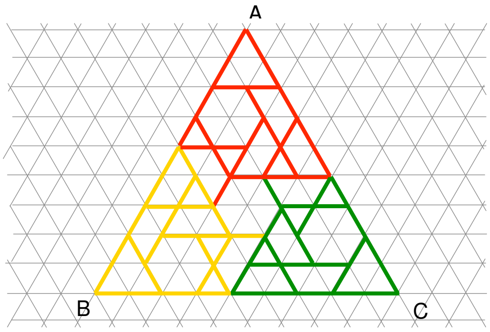
$$\text{Si } 3 \text{ divide a } n^2 \Rightarrow 3 \text{ divide a } n.$$

Por lo tanto el orden de la cúpula puede ser 3, 6, 9, 12, ... Nuestra elección es el orden *9*.

DISEÑO: ENTRAMADO

Además, para construir esta cúpula, elegiremos un entramado, es decir, omitiremos algunas de las aristas de la cúpula y pondremos sólo las necesarias para aligerar así su diseño y solventar los problemas que darían intersecciones de múltiples aristas, el entramado por el que optamos es el siguiente:





El entramado anterior se puede dividir en tres módulos iguales.

El paso siguiente es proyectar desde el centro O cada punto del entramado de la cara ABC sobre la esfera circunscrita al tetraedro obteniendo así los puntos que denotaremos P_{ij}. Los puntos A, B y C ya están sobre la esfera y por lo tanto permanecerán en su posición mediante esta proyección.

Por último calcularemos las distancias entre los puntos P_{ij} correspondientes al entramado inicial. Al principio pensamos utilizar directamente la fórmula de la distancia entre dos puntos, pero más tarde pensamos que la figura final quedaría más "esférica" si construíamos los arcos de circunferencia máxima que pasan por cada dos puntos.

Esta última decisión, a parte de complicar la fórmula de la nueva "distancia" entre dos puntos, implica la necesidad de medir los ángulos que forman dos circunferencias máximas sobre la esfera en un punto.

Para dotar de consistencia a nuestro diseño, a construir en madera de contrachapado, la fabricaremos doble, uniendo una de radio menor con una de radio mayor con listones, pero esto es una cuestión más bien de ingeniería y esto es un trabajo matemático así que en lo que nos vamos a centrar a continuación es en el desarrollo de los cálculos teóricos que harán posible la construcción de nuestra cúpula geodésica.

El archivo CUPULA GEODESICA.ppt es una presentación en POWER POINT donde se describe el proceso que pretendemos desarrollar.

C. RESULTADOS

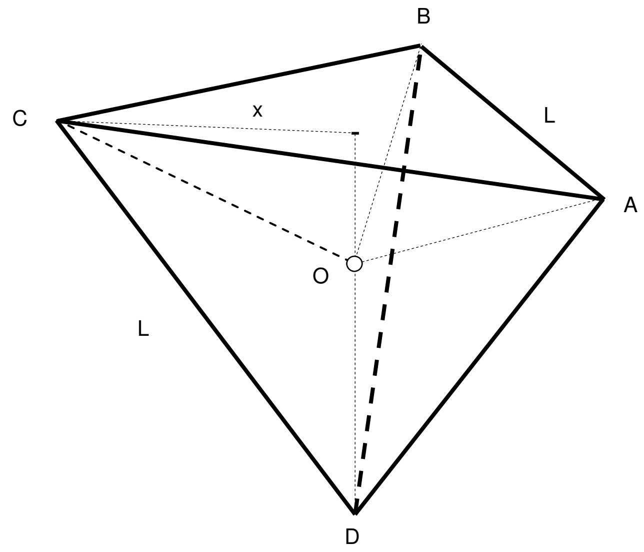
C1 FÓRMULAS

C1.1 VÉRTICES DE UN TETRAEDRO

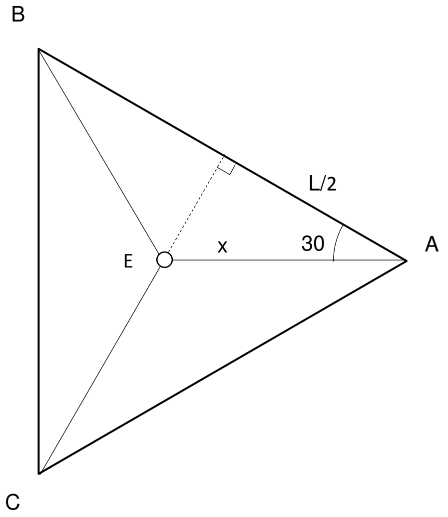
Consideremos un sistema de referencia ortonormal centrado en el centro del tetraedro

$\Re \equiv \{O, \{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}\}$.

Sea L la arista del tetraedro (regular).



Calculamos primero, en función de L, la distancia x.



$$\text{Cos } 30^{\circ} = \frac{L/2}{x}$$

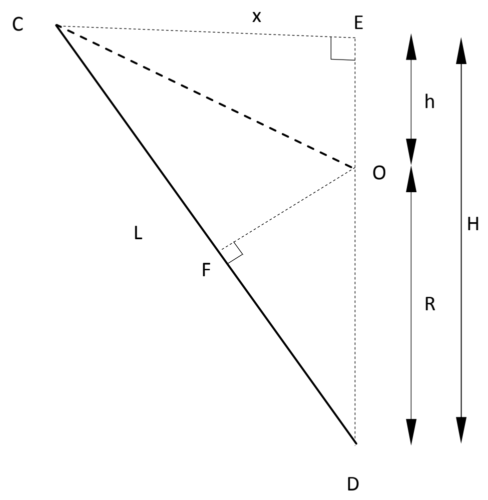
$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{L/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{L}{\sqrt{3}}}$$

Ahora calculamos la altura del tetraedro H = ED.

Para ello consideramos el triángulo rectángulo CED y aplicamos el teorema de Pitágoras

$$L^2 = x^2 + H^2 \Rightarrow H^2 = L^2 - x^2 = L^2 - \frac{L^2}{3} = \frac{2L^2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \frac{L\sqrt{6}}{3}}$$



Cálculo del radio de la esfera circunscrita R = OD.

En el triángulo OCD observamos que OC = OD = R, por lo tanto es isósceles. Trazamos una perpendicular desde O al lado CD y entonces se tiene que los triángulos DEC y DFO son semejantes.

$$\frac{ED}{FD} = \frac{CD}{OD} \Rightarrow \frac{H}{L/2} = \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{L\sqrt{6}/3}{L/2} = \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{L}{R} \Rightarrow R = \frac{3L}{2\sqrt{6}} = \frac{L\sqrt{6}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{4R}{\sqrt{6}}}$$

Calculamos h = OE.

$$h = OE = H - R = \frac{L\sqrt{6}}{3} - \frac{L\sqrt{6}}{4} = \frac{L\sqrt{6}}{12}$$

Por último calculamos las coordenadas de los puntos A, B y C

Las coordendas de A son:

A(x, 0, h) =

$$A\left(\frac{L}{\sqrt{3}}, 0, \frac{L\sqrt{6}}{12}\right)$$

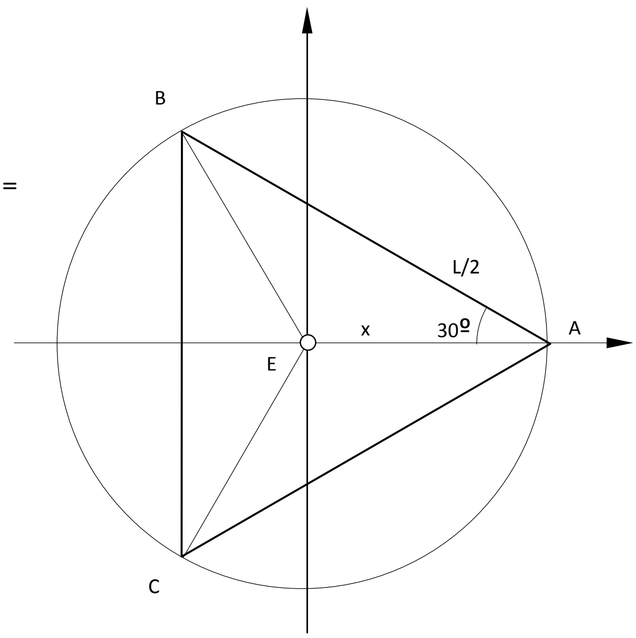
Las coordenadas de B

B(-x cos 60º, x sen 60º, h) =B($-\frac{L}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{L}{\sqrt{3}}\frac{1}{2}, \frac{L\sqrt{6}}{12}$) =

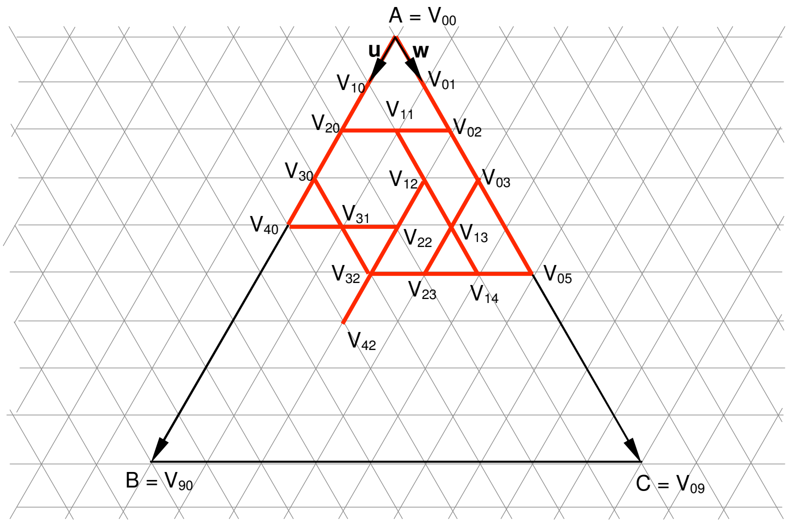
$$B\left(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2\sqrt{3}}, \frac{L\sqrt{6}}{12}\right)$$

Las coordenadas de C

$$C\left(-\frac{L}{2}, -\frac{L}{2\sqrt{3}}, \frac{L\sqrt{6}}{12}\right)$$



C1.2 COORDENADAS DE LOS PUNTOS DEL ENTRAMADO



Primero calculamos las coordenadas de los vectores **u** y **w**.

$$\mathbf{u} = \frac{1}{9}\overline{AB} \Rightarrow \quad \mathbf{u}\left(\frac{b_1 - a_1}{9}, \frac{b_2 - a_2}{9}, \frac{b_3 - a_3}{9}\right)$$

$$\mathbf{v} = \frac{1}{9}\overline{AC} \Rightarrow \quad \mathbf{w}\left(\frac{c_1 - a_1}{9}, \frac{c_2 - a_2}{9}, \frac{c_3 - a_3}{9}\right)$$

Los vectores **u** y **v** junto con el punto A constituyen un sistema de referencia afín en el plano ABC, lo que nos permite nombrar los puntos poniendo como subíndices las coordenadas afines de cada punto con respecto a dicho sistema de referencia.

Además permite obtener una fórmula para las coordenadas espaciales de cada punto según sus coordenadas afines en el plano ABC razonando como sigue:

$$AV_{ij} = i \cdot \mathbf{u} + j \cdot \mathbf{w}$$

Por lo tanto, en coordenadas de R^3:

$$V_{ij} = A + i \cdot \mathbf{u} + j \cdot \mathbf{w} \Rightarrow$$

$$V_{ij}\left(a_1 + \frac{i \cdot (b_1 - a_1) + j \cdot (c_1 - a_1)}{9}, a_2 + \frac{i \cdot (b_2 - a_2) + j \cdot (c_2 - a_2)}{9}, a_3 + \frac{i \cdot (b_3 - a_3) + j \cdot (c_3 - a_3)}{9}\right)$$

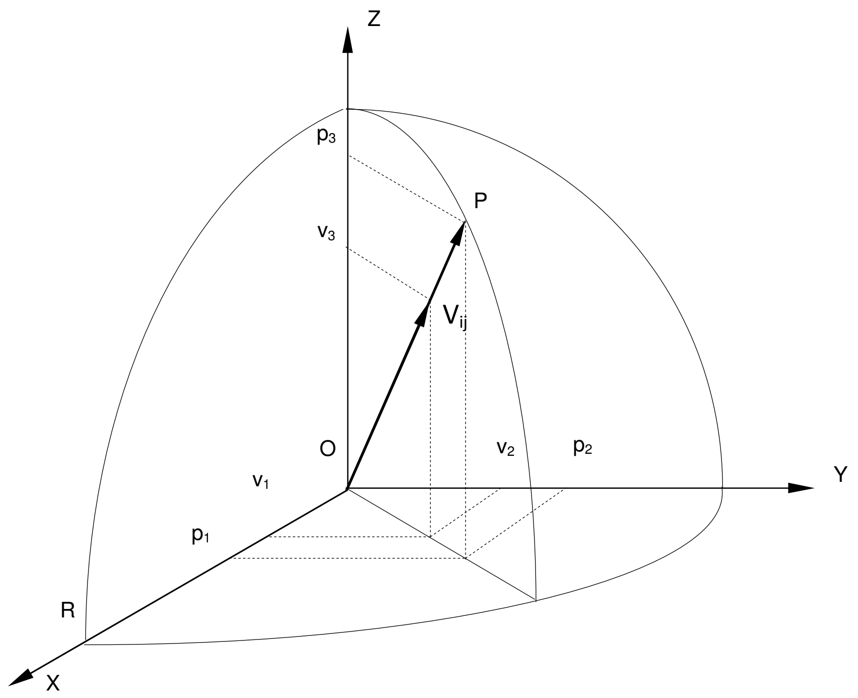
C1.3 COORDENADAS DE LA PROYECCIÓN DE UN PUNTO SOBRE LA ESFERA CIRCUNSCRITA

Para proyectar desde el origen O los puntos V_{ij} , calculados anteriormente, sobre la esfera de radio R, calculamos primero un vector unitario paralelo a OV_{ij} y luego se multiplica por R.

Supongamos que las coordenadas del punto V_{ij} son $V_{ij}(v_1, v_2, v_3)$

$$OV_{ij} \rightarrow \frac{1}{|OV_{ij}|}OV_{ij} \rightarrow OP = \frac{R}{|OV_{ij}|}OV_{ij}$$

Las coordenadas de P son:



$$P\left(\frac{R}{|OV_{ij}|}v_1, \frac{R}{|OV_{ij}|}v_2, \frac{R}{|OV_{ij}|}v_3\right) = P\left(\frac{R \cdot v_1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+v_3^2}}, \frac{R \cdot v_2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+v_3^2}}, \frac{R \cdot v_3}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+v_3^2}}\right)$$

C1.4 ARCO ENTRE DOS PUNTOS DE LA ESFERA

Para calcular los arcos de un círculo máximo que pasa por dos puntos P y Q de la esfera circunscrita al tetraedro razonaremos del siguiente modo:

Sean P y Q con coordenadas con coordenadas respecto de {O, {**i**, **j**, **k**}}

P(p_1, p_2, p_3) y Q(q_1, q_2, q_3), es decir que los vectores OP y OQ tienen coordenadas

OP(p_1, p_2, p_3) y OQ(q_1, q_2, q_3) respecto de la base {**i**, **j**, **k**}

Si llamamos al ángulo que forman OP y OQ, podemos calcular su coseno con la fórmula

$$\cos\alpha = \frac{OP \cdot OQ}{|OP| \cdot |OQ|}$$

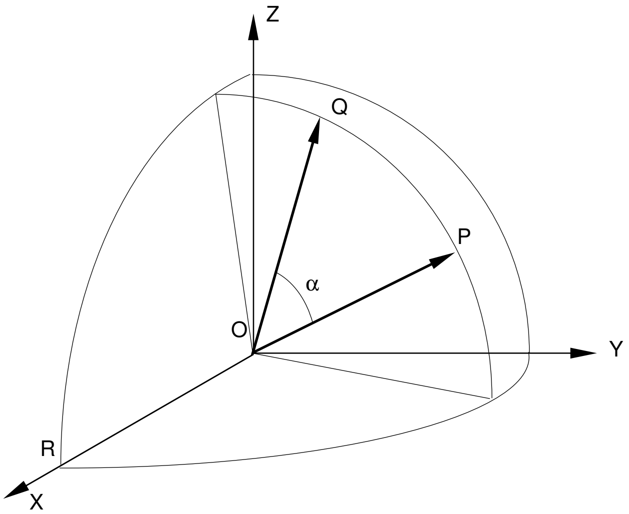
En coordenadas (recordemos que la base {**i**, **j**, **k**} es ortonormal)

$$\cos\alpha = \frac{p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 + p_3 \cdot q_3}{\sqrt{p_1^2+p_2^2+p_3^2} \cdot \sqrt{q_1^2+q_2^2+q_3^2}}$$

Por lo tanto

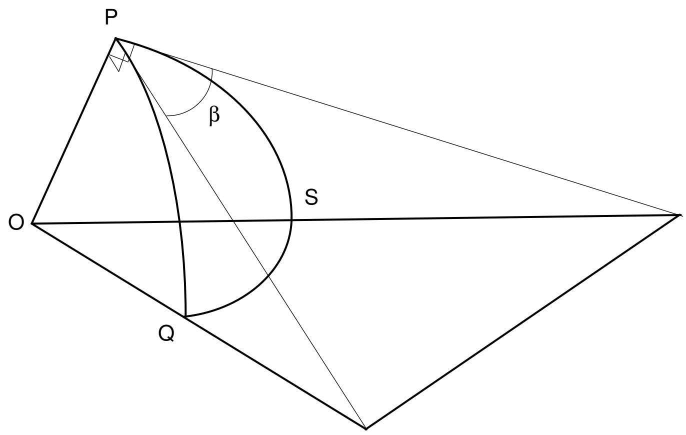
$$\alpha = \arccos \frac{p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 + p_3 \cdot q_3}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2} \cdot \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}$$

Por último para calcular el arco PQ bastará multiplicar el ángulo (en radianes) por el radio R.



$$\text{arcoPQ} = R \cdot \arccos \frac{p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 + p_3 \cdot q_3}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2} \cdot \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}$$

C1.5 ÁNGULO QUE FORMAN EN UN PUNTO DE LA ESFERA DOS CÍRCULOS MÁXIMOS



Nos interesa calcular los ángulos que forman en cada punto proyectado sobre la esfera los arcos de circunferencias máximas que concurren en él.

Consideramos el triángulo esférico PQS. El ángulo β en el punto P se define como el que forman las tangentes a los arcos PQ y PS en P.

Observando el dibujo vemos que el ángulo β es el que forman los planos π(OPQ) y π(OPS).

Los vectores normales de los planos π(OPQ) y π(OPS) son, respectivamente

$$\mathbf{n_1} = OP \times OQ \quad y \quad \mathbf{n_2} = OP \times OS.$$

Si las coordenadas de los puntos son $P(p_1, p_2, p_3)$, $Q(q_1, q_2, q_3)$ y $S(s_1, s_2, s_3)$ entonces los vectores desde O tienen las mismas: $OP(p_1, p_2, p_3)$, $OQ(q_1, q_2, q_3)$ y $OS(s_1, s_2, s_3)$.

Los vectores $\mathbf{n}_1$ y $\mathbf{n}_2$ tienen coordenadas:

$$\mathbf{n}_1 = OP \times OQ \Rightarrow \mathbf{n}_1\left(\begin{vmatrix} p_2 & p_3 \\ q_2 & q_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} p_1 & p_3 \\ q_1 & q_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} p_1 & p_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix} \right)$$

$$\mathbf{n}_2 = OP \times OS \Rightarrow \mathbf{n}_2\left(\begin{vmatrix} p_2 & p_3 \\ s_2 & s_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} p_1 & s_3 \\ s_1 & s_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} p_1 & p_2 \\ s_1 & s_2 \end{vmatrix} \right)$$

Entonces el coseno del ángulo β se puede calcular

$$\boxed{\cos\beta = \frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| \cdot |\mathbf{n}_2|}}$$

y por lo tanto podemos obtener β.

$$\boxed{\beta = \arccos\frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| \cdot |\mathbf{n}_2|}}$$

C2 CÁLCULOS CON EXCEL

C2.1 LADO DEL TETRAEDRO

Con las fórmulas de los apartados anteriores haremos todos los cálculos necesarios. Para ello utilizaremos la hoja de cálculo Excel. Todos los cálculos que describimos a continuación están en el libro de Excel cupula_tetraedrica_9V.xls. En la primera hoja: ***cúp_tetra 9V exterior*** están los cálculos para una esfera de radio 2.732 m. y en la segunda hoja: ***cúp_tetra 9V interior*** los mismos cálculos para radio 2.712 m.

Abrimos un libro de hoja de cálculo y en la casilla B4 introducimos el radio de la cúpula. A este dato le asignamos el nombre *Radio* con la secuencia de comandos *Insertar Nombre Definir* de tal manera que cuando escribamos en una fórmula la palabra *Radio* la sustituirá automáticamente por el contenido de la casilla B4.

El la casilla B6 escribimos la fórmula

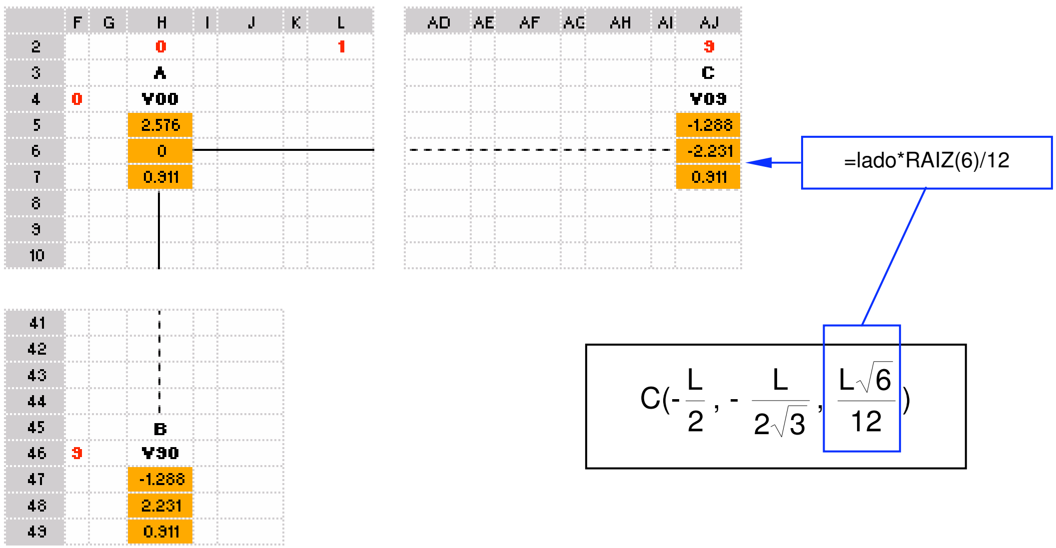
=4*Radio/RAIZ(6)

que expresa el lado del tetraedro $L = \frac{4R}{\sqrt{6}}$ calculado en C1.1. A esta casilla le asignamos el nombre *lado*.

	A	B	C
1			
2			
3			
4	**Radio de la cúp. =**	2.732	
5	Diámetro =	5.464	
6	**Lado del tetr. =**	**4.46**	
7			

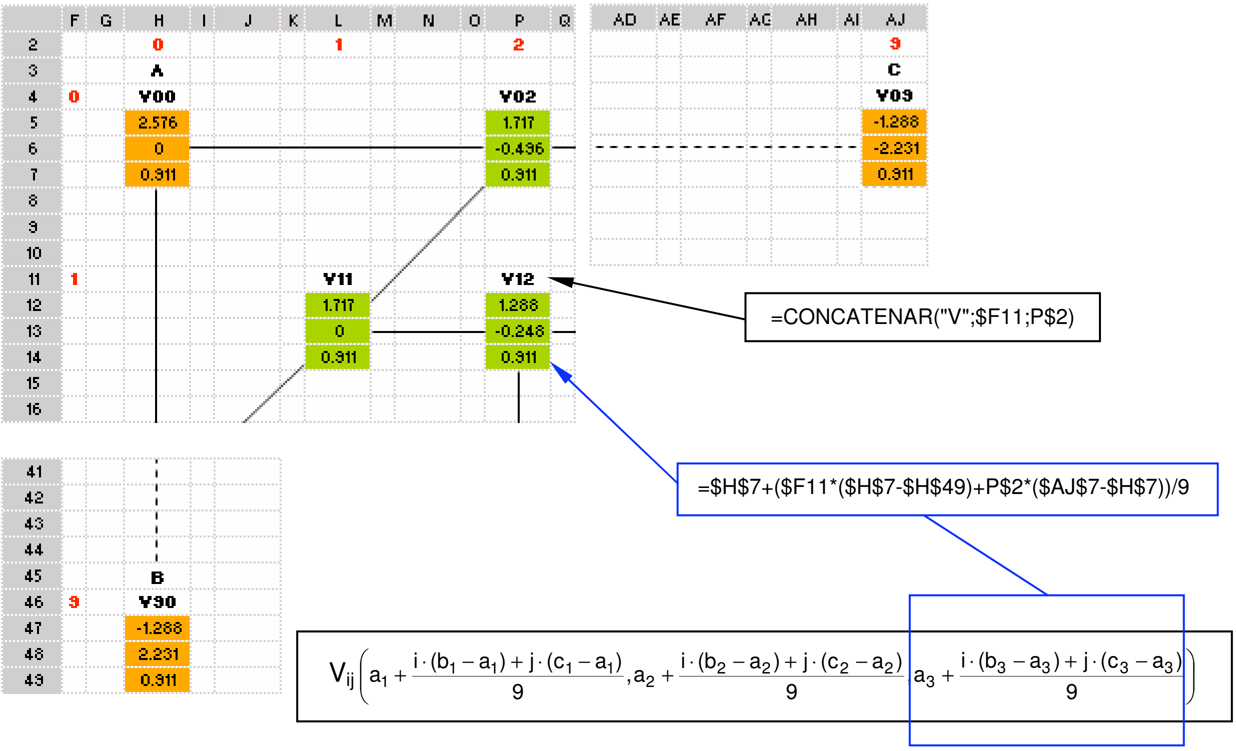
C2.2 VÉRTICES DEL TETRAEDRO

Ahora calcularemos los vértices del tetraedro con las fórmulas que hemos desarrollado en el apartado C1,1



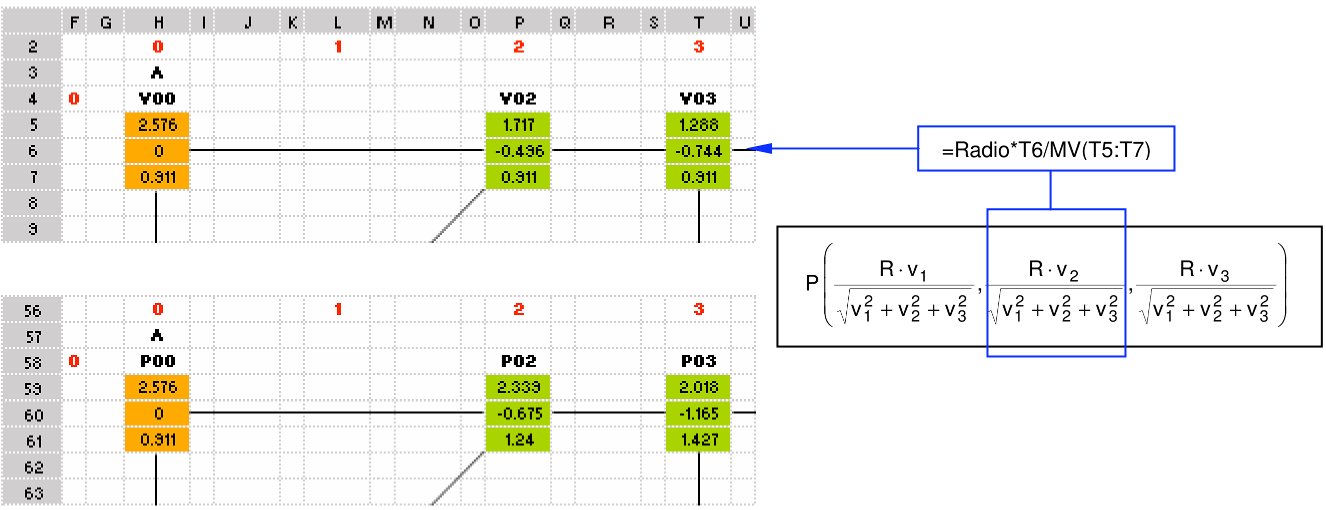
C2.3 VÉRTICES DEL ENTRAMADO

En la columna F y en la fila 2 escribiremos , en rojo, las “abscisas” y “ordenadas” de los puntos que nos permiten con una única expresión nombrarlos y calcularlos con la fórmula del apartado C1.2



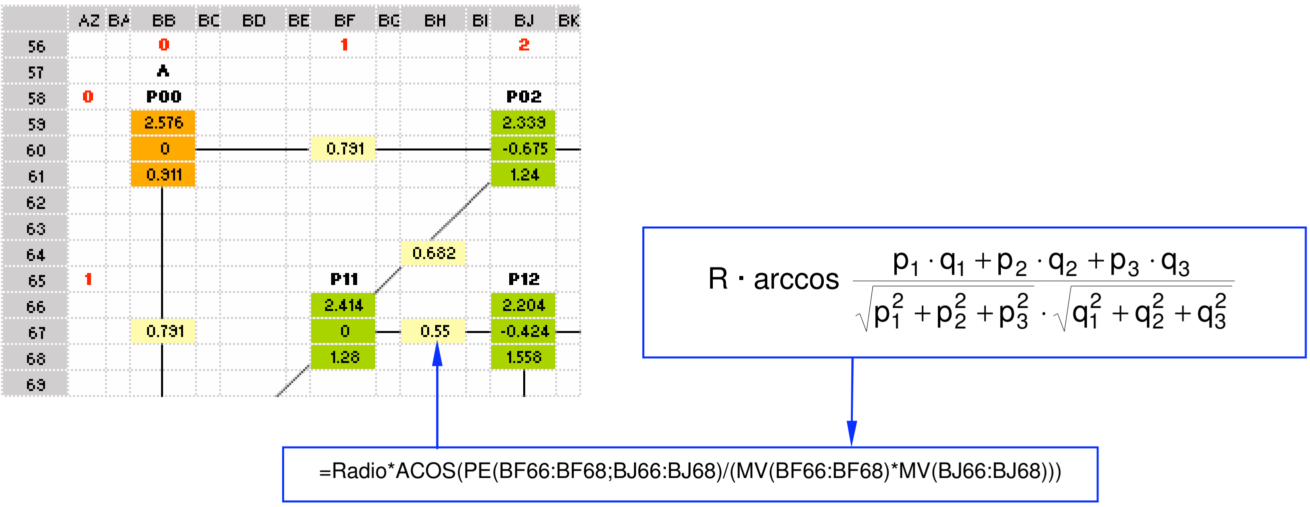
C2.4 PROYECCIONES

En el rango E56:AJ103 calcularemos las proyecciones de los puntos sobre la esfera aplicando las fórmulas del apartado C1.3. La función MV (módulo de vector) de excel está desarrollada en Visual Basic por nosotros en el apéndice 1



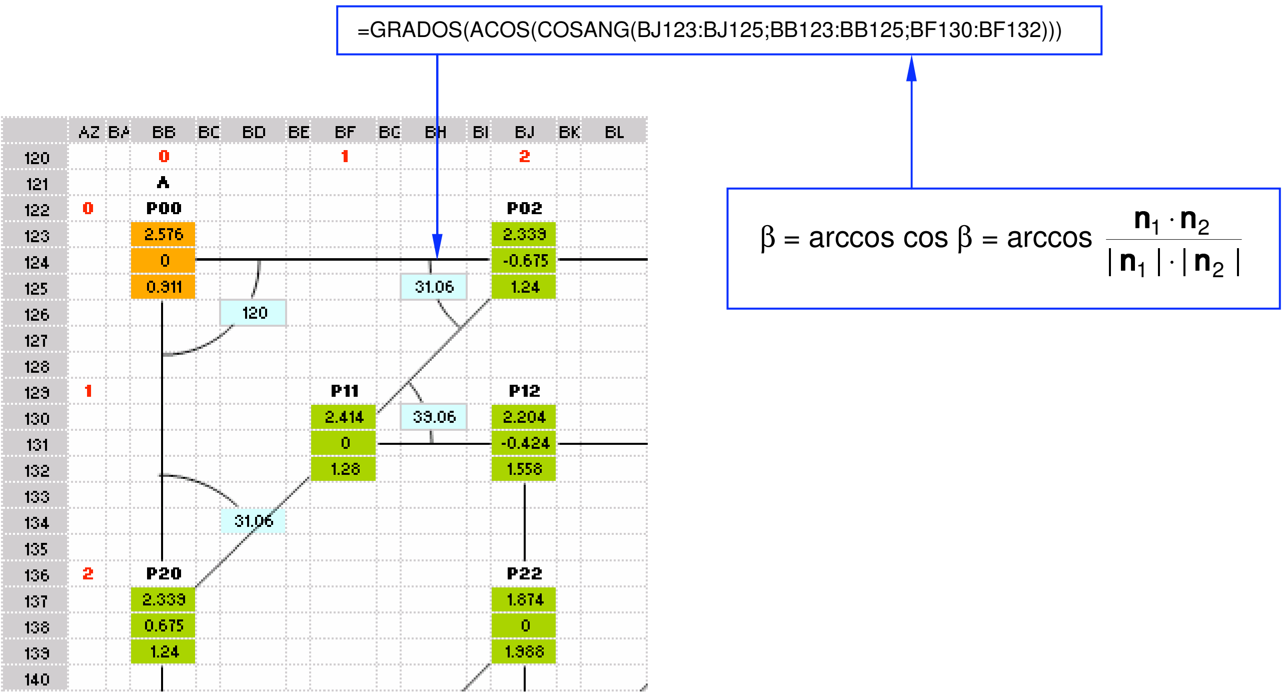
C2.5 ARCOS

En el rango AZ56:BY103 calcularemos los arcos de circunferencia entre dos puntos Pij de la esfera aplicando las fórmulas del apartado C1.4. La función PE (producto escalar) de excel está desarrollada en Visual Basic por nosotros en el apéndice 1.



C2.6 ÁNGULO

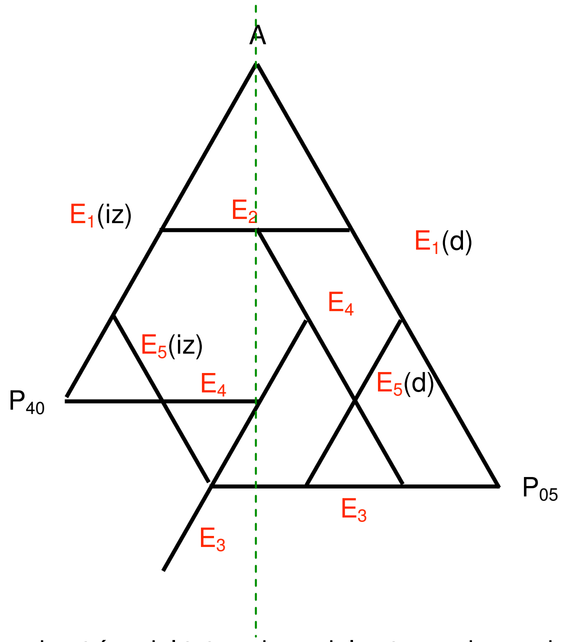
En el rango AZ120:BY167 calcularemos los ángulos que forman dos círculos máximos en las proyecciones P_{ij}. La función COSANG de excel está desarrollada en Visual Basic por nosotros en el apéndice 1.



C3 CONSTRUCCIÓN

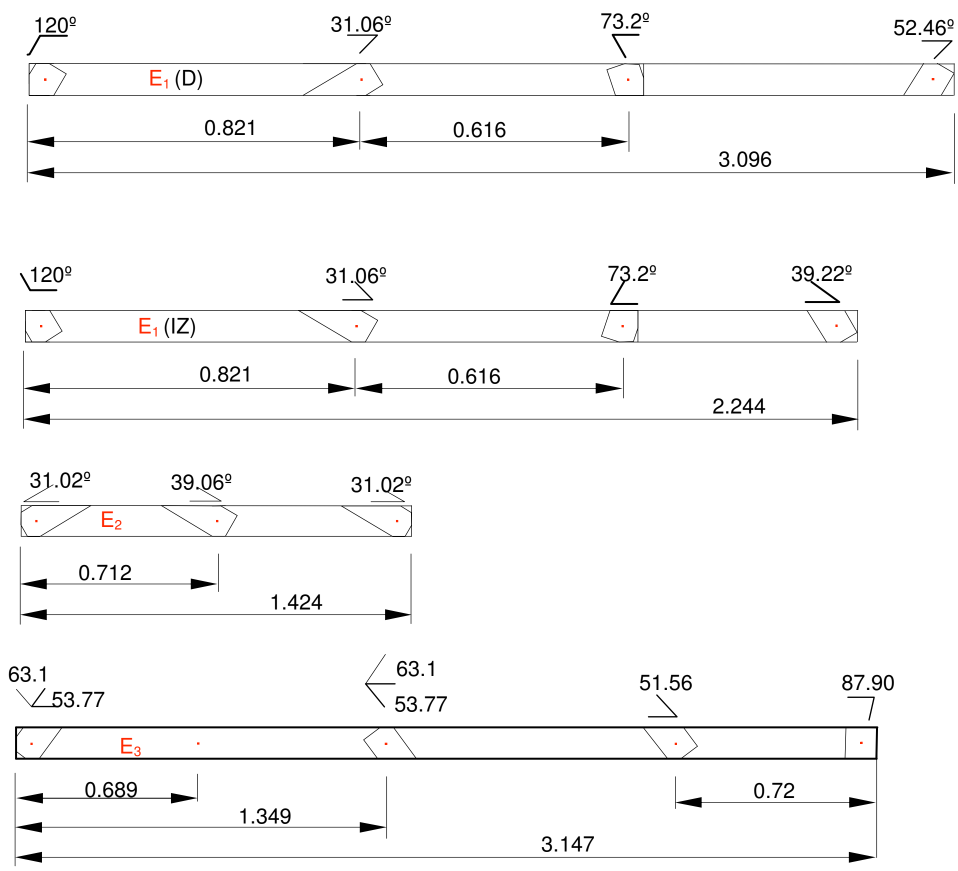
C3.1 ESQUEMA Y MEDIDA DE LAS PIEZAS

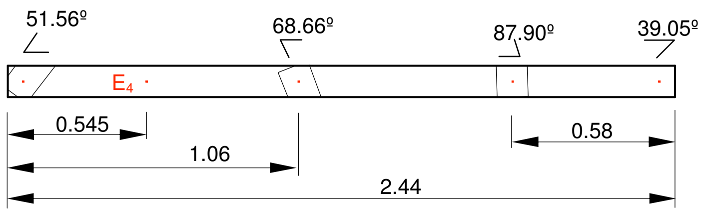
Primero nombramos las piezas de nuestra cúpula según el siguiente esquema:



Observamos que debido a las simetrías del tetraedro y del estramado que hemos elegido hay piezas que son iguales aunque estén en diferentes posiciones.

Se marcan todas las medidas y ángulos necesarios para cortar las piezas.





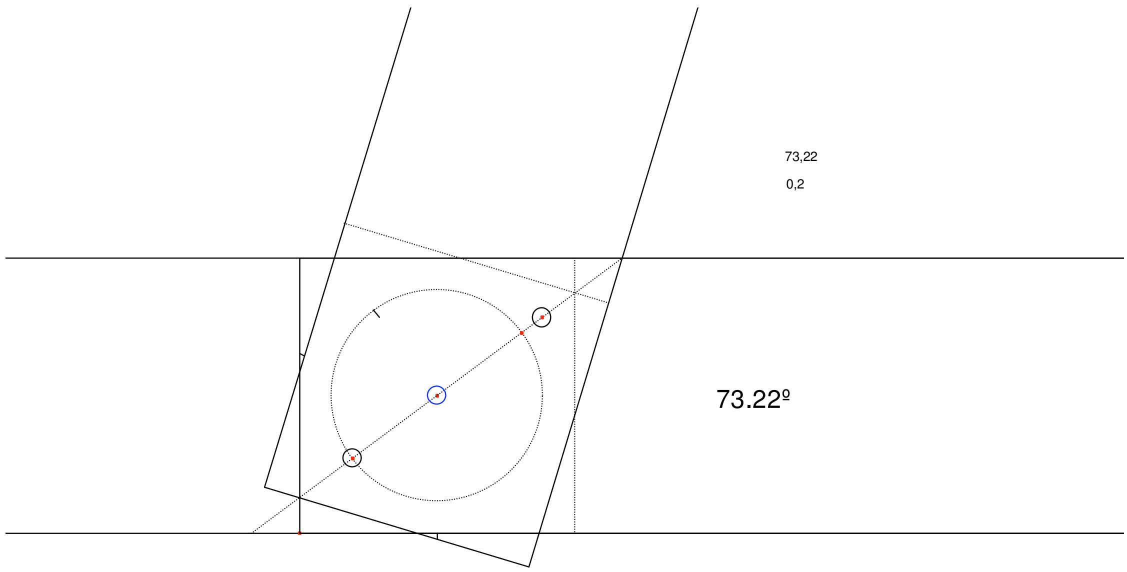
Todas las piezas tienen 3 cm añadidos por cada extremo.

Sobre tiras de calabo de 7 mm de espesor, 2.44 m de largo y 6 cm de ancho se marcan todas las distancias y se cortan las piezas de la cúpula exterior.

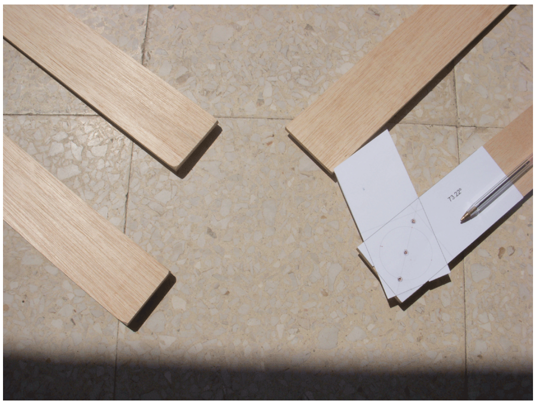
Análogamente se marcan y cortan las piezas de la cúpula interior.

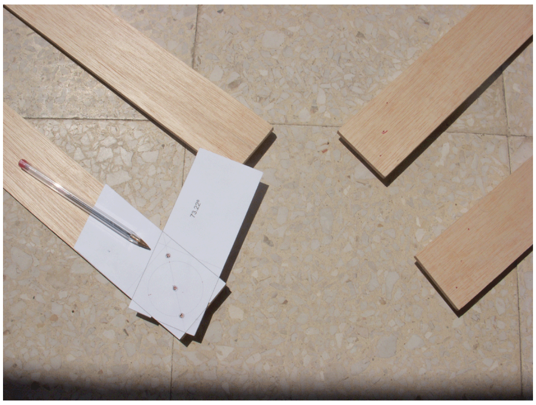
C3.2 DISEÑO DE LAS PLANTILLAS DE ÁNGULOS

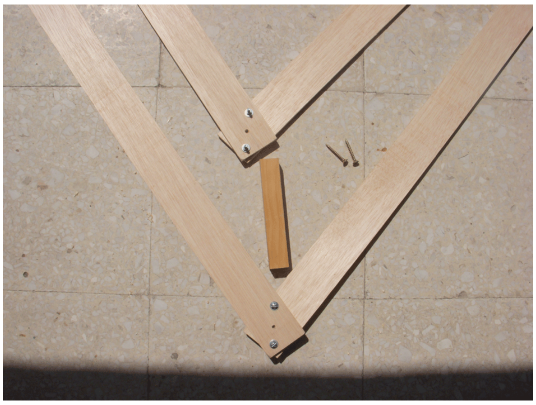
Para conservar los ángulos en los puntos donde se cruzan dos o más piezas es necesario marcar con precisión en ambas piezas dos orificios que impidan el giro. Para ello hemos diseñado con el programa Cabri unas plantillas en cartulina que permiten transportar el ángulo exacto y las marcas de los dos orificios a las piezas correspondientes.



La utilización de las plantillas se ilustra en la siguiente secuencia de imágenes:







C3.3 PROCESO DE MONTAJE

Primero se montaron con las piezas 3, 4 y 5, y por separado, la parte central de las cúpulas exterior e interior. Seguidamente se pasó la parte exterior por encima de la interior y se unieron las dos partes con travesaños de 15 cm. (la direrencia entre los radios de las cúpulas exterior e interior) en los vértices Pij.

La estructura anterior se suspendió de la cubierta de la entrada del instituto.

Por otro lado se construyeron con las piezas E1, I1, E2 e I2 las esquinas de la cúpula. (foto1).

Por último se unieron a la estructura anterior completando la cúpula final. (foto 3)

Esta estructura se elevó definitivamente hasta una altura de 4 m.

En este proceso de montaje colaboraron todos los alumnos de los grupos de profundización de matemáticas.

Foto 1

Foto 2

Foto 3

D CONCLUSIONES

Hemos analizado un problema de construcción creando un modelo geométrico. Mediante herramientas matemáticas hemos calculado posiciones, distancias y ángulos que nos han permitido la construcción del modelo real, comprobando que nuestro modelo teórico es correcto.

El análisis de cualquier situación que requiera un modelo exige un tratamiento matemático.

E BIBLIOGRAFÍA

[1] http://www.geometer.org/mathcircles/geodesic.pdf

[2] Algoritmo matemáticas 2. J. R. Vizmanos/M. Anzola. Ed. S. M.

[3] Matemáticas 1. Bachillerato. José María Arias Cabezas/Ildefonso Maza Sáez, Ed. Bruño

[4] Informática XP.Tecnologías de la Información. J.M. Arias/O. Arias. Ed. Casals

[5] Microsoft Excel. Functions & Formulas. Bernd Held. Wordware Publishing, Inc.

F APÉNDICES

F1 FUNCIONES EXCEL CON VISUAL BASIC

```
Option Base 1
' Calcula el módulo del vector Vec.
Function MV(Vec As Object) As Variant
Dim modulo
modulo = ((Vec.Cells(1, 1).Value) ^ 2 + (Vec.Cells(2, 1).Value) ^ 2 + (Vec.Cells(3, 1).Value ^ 2)) ^
0.5
MV = modulo
End Function
```

```
Option Base 1
' Calcula el producto escalar de los vectores Vec1 y Vec2.
Function PE(Vec1 As Object, Vec2 As Object) As Variant
Dim escalar
escalar = Vec1.Cells(1, 1).Value * Vec2.Cells(1, 1).Value + Vec1.Cells(2, 1).Value * Vec2.Cells(2,
1).Value + Vec1.Cells(3, 1).Value * Vec2.Cells(3, 1).Value
PE = escalar
End Function
```

```
  Option Base 1

   ' Calcula el coseno del ángulo que forman los vectores n1=Vec1 x Vec2 y n2=Vec1 x Vec3
   Function COSANG(Vec1 As Object, Vec2 As Object, Vec3 As Object) As Variant
       ' TempArray1 es un vector temporal que almacena el producto vectorial n1 = Vec1 x Vec2.
       ' TempArray2 es un vector temporal que almacena el producto vectorial n2 = Vec1 x Vec3.
       Dim TempArray1(3, 1)
       Dim TempArray2(3, 1)

       ' Las siguientes lineas calculan las coordenadas de n1 y las asigna a TempArray1.
       TempArray1(1, 1) = Vec1.Cells(2, 1).Value * _
           Vec2.Cells(3, 1).Value - Vec1.Cells(3, 1).Value * _
           Vec2.Cells(2, 1).Value
       TempArray1(2, 1) = Vec1.Cells(3, 1).Value * _
           Vec2.Cells(1, 1).Value - Vec1.Cells(1, 1).Value * _
           Vec2.Cells(3, 1).Value
       TempArray1(3, 1) = Vec1.Cells(1, 1).Value * _
           Vec2.Cells(2, 1).Value - Vec1.Cells(2, 1).Value * _
           Vec2.Cells(1, 1).Value

        ' Las siguientes lineas calculan las coordenadas de n2 y las asigna a TempArray2.
       TempArray2(1, 1) = Vec1.Cells(2, 1).Value * _
           Vec3.Cells(3, 1).Value - Vec1.Cells(3, 1).Value * _
           Vec3.Cells(2, 1).Value
       TempArray2(2, 1) = Vec1.Cells(3, 1).Value * _
           Vec3.Cells(1, 1).Value - Vec1.Cells(1, 1).Value * _
           Vec3.Cells(3, 1).Value
       TempArray2(3, 1) = Vec1.Cells(1, 1).Value * _
           Vec3.Cells(2, 1).Value - Vec1.Cells(2, 1).Value * _
           Vec3.Cells(1, 1).Value

       ' Asigna el coseno del ángulo que forman n1 y n1 a la variable COSANG
       COSANG = (TempArray1(1, 1) * TempArray2(1, 1) + TempArray1(2, 1) * TempArray2(2, 1) +
TempArray1(3, 1) * TempArray2(3, 1)) / (((TempArray1(1, 1) ^ 2 + TempArray1(2, 1) ^ 2 +
TempArray1(3, 1) ^ 2) ^ 0.5) * ((TempArray2(1, 1) ^ 2 + TempArray2(2, 1) ^ 2 + TempArray2(3, 1) ^ 2)
^ 0.5))

   End Function
```

F2 DESARROLLO DEL MODELO CON AUTOCAD

La presentación en PowerPoint de la página 6 que explica el proceso de formación de nuestra cúpula geodésica está formada por imágenes generadas con Autocad. La siguiente presentación describe el procedimiento gráfico que se ha seguido con dicho programa.

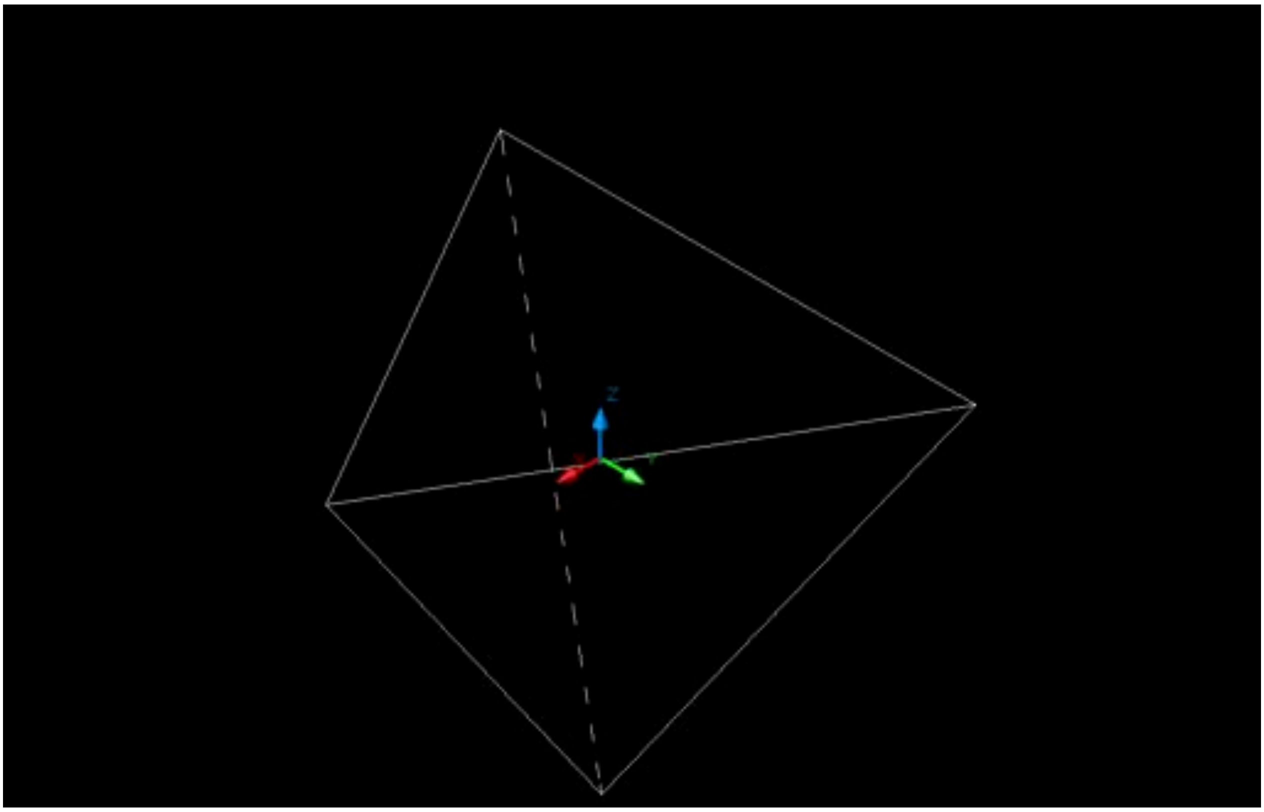
Cupula geodesica en autocad.ppt

CÚPULA GEODÉSICA

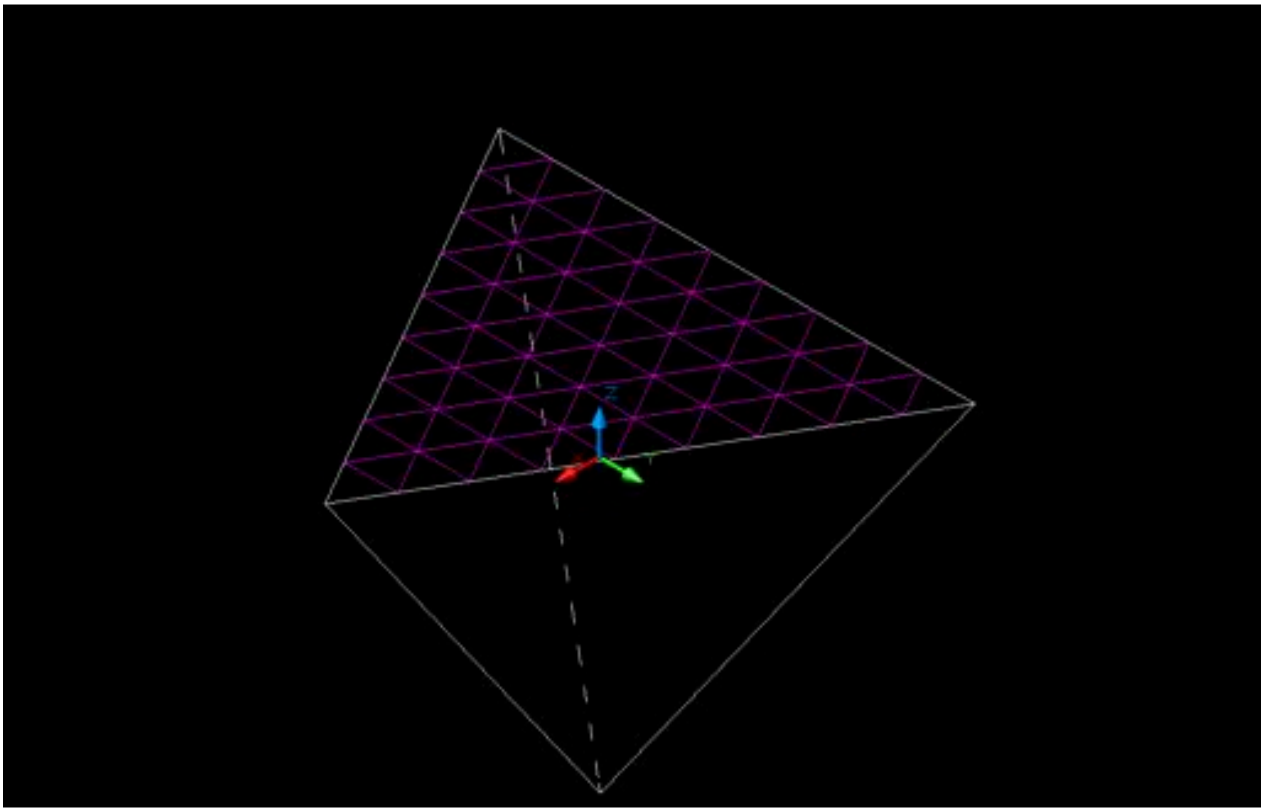
TETRAÉDRICA DE TIPO 9

“Desde el tetraedro hasta la cúpula”

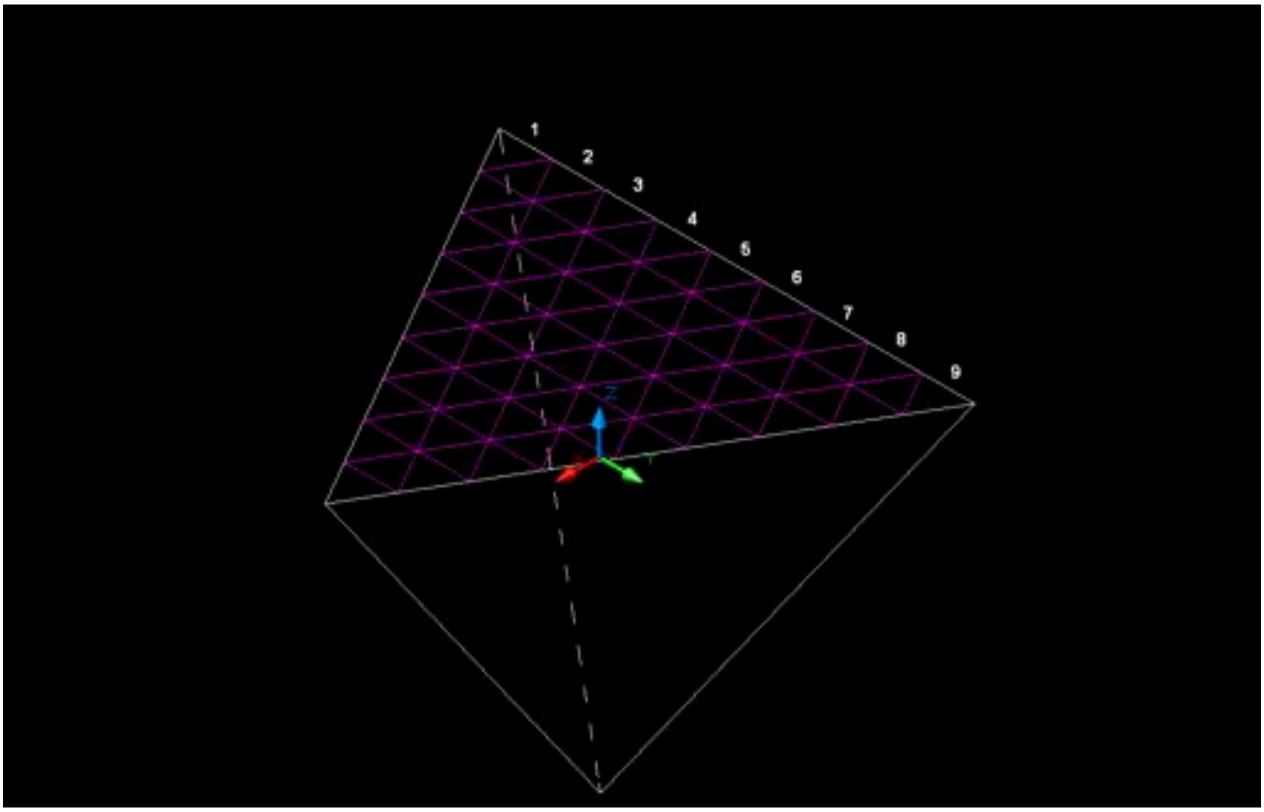
Todo parte de este tetraedro



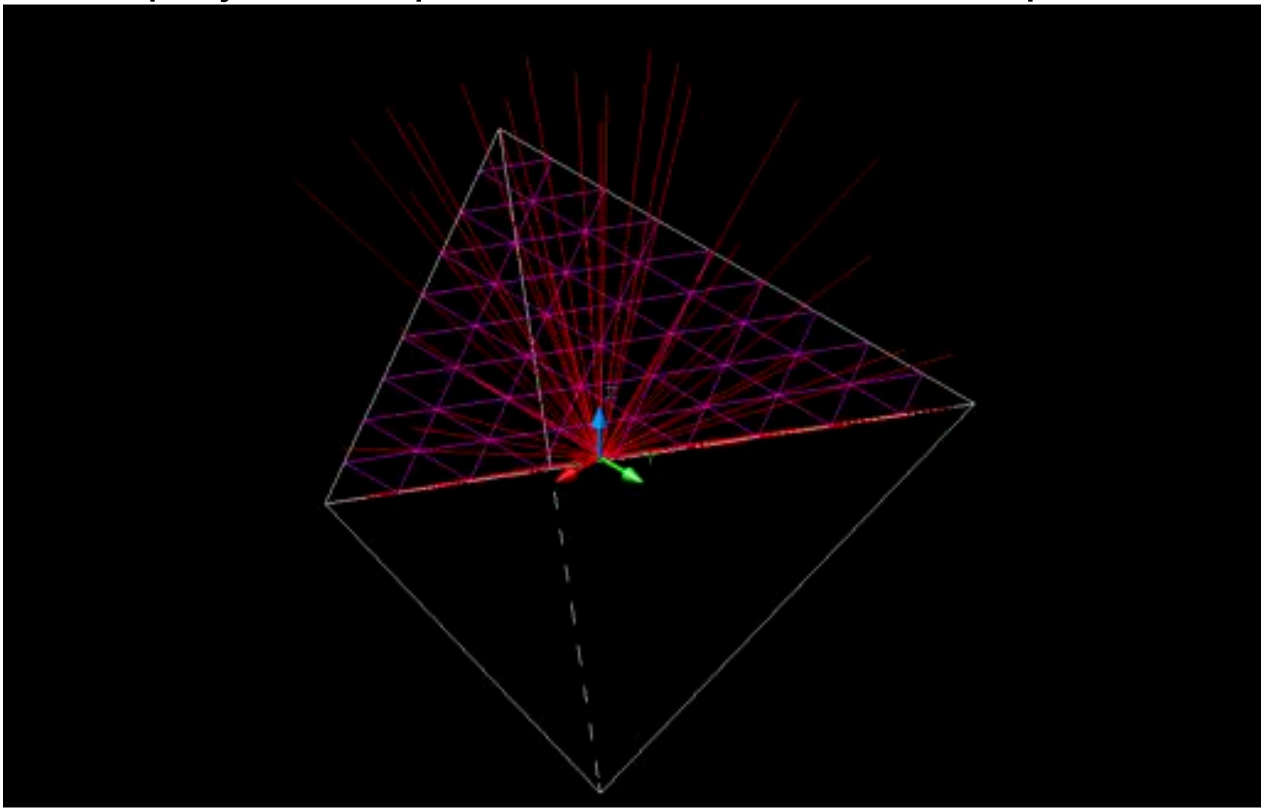
En el cual subdividimos una de sus caras



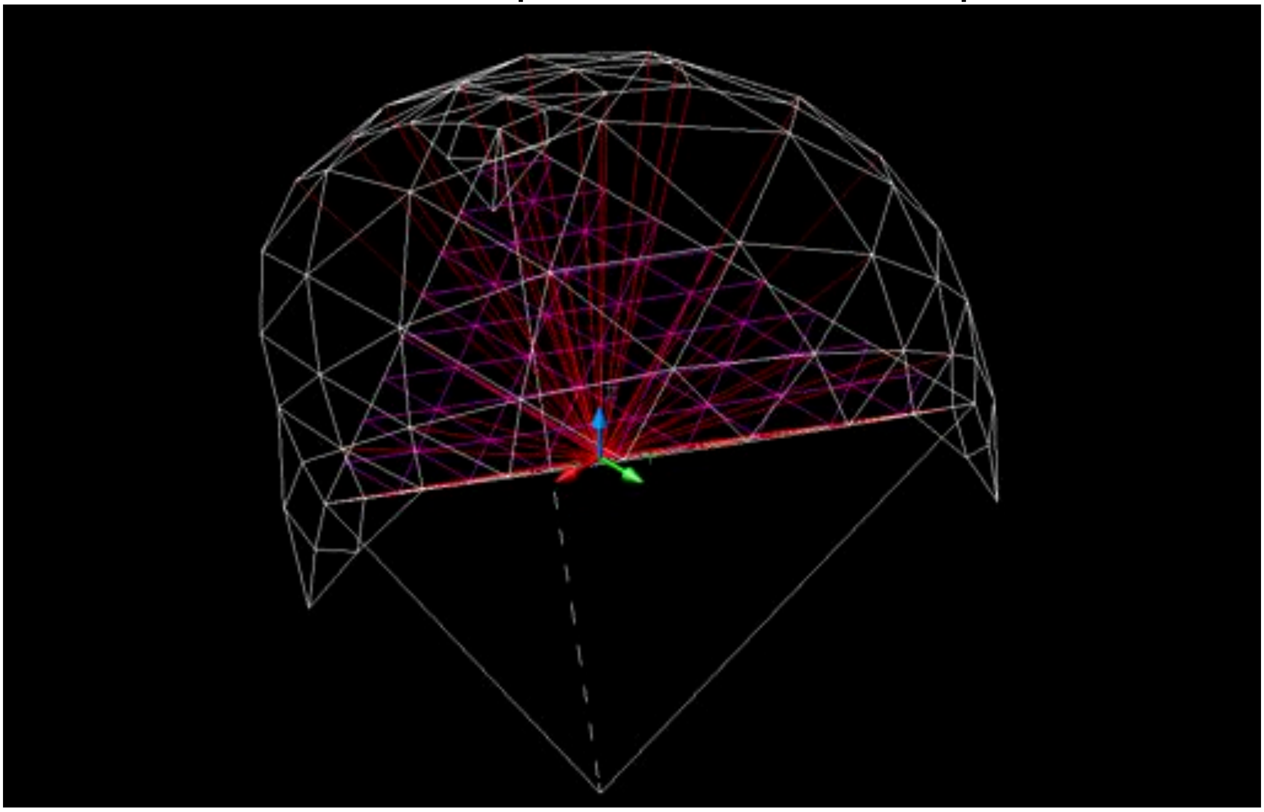
Por ser de tipo 9, nueve divisiones en cada lado



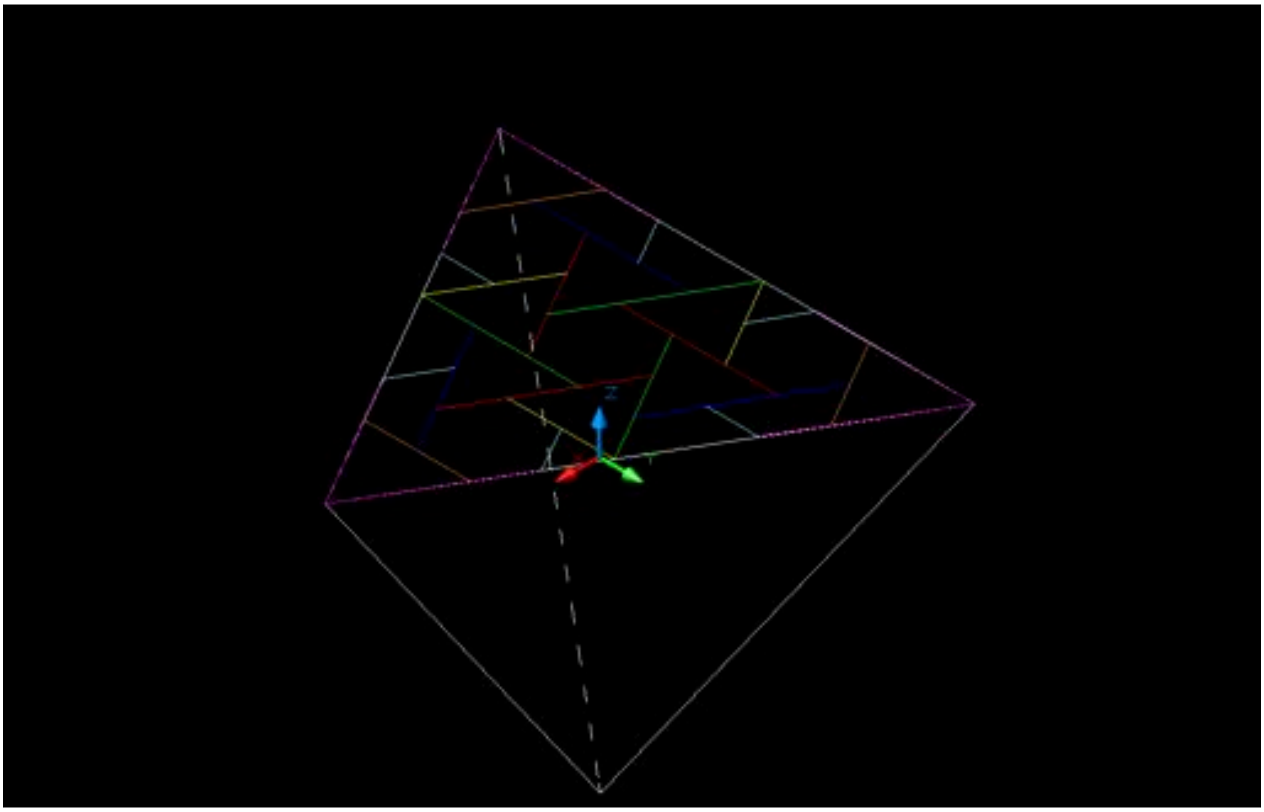
Proyectamos desde el centro del tetraedro los rayos de proyección que darán esfericidad a la cúpula



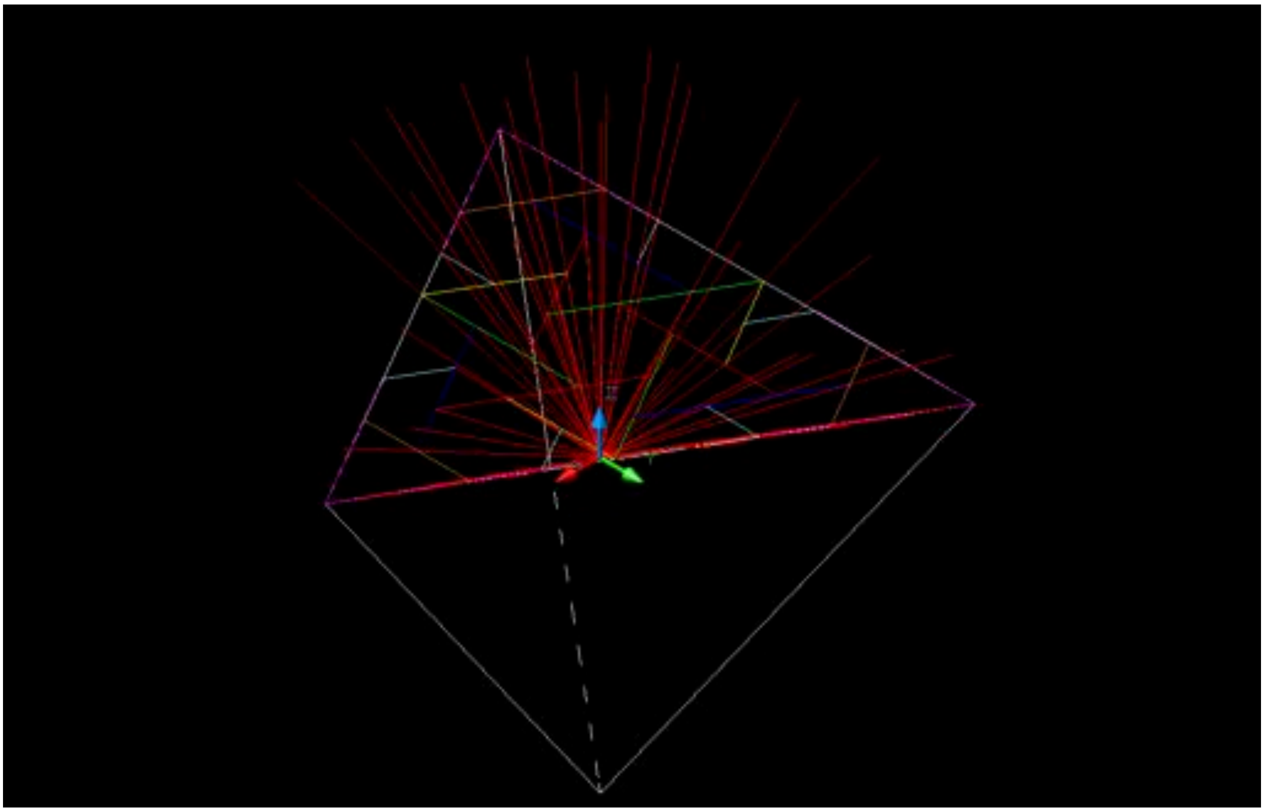
Y uniendo los extremos de los rayos ya podemos construir la cúpula tetraédrica de tipo 9



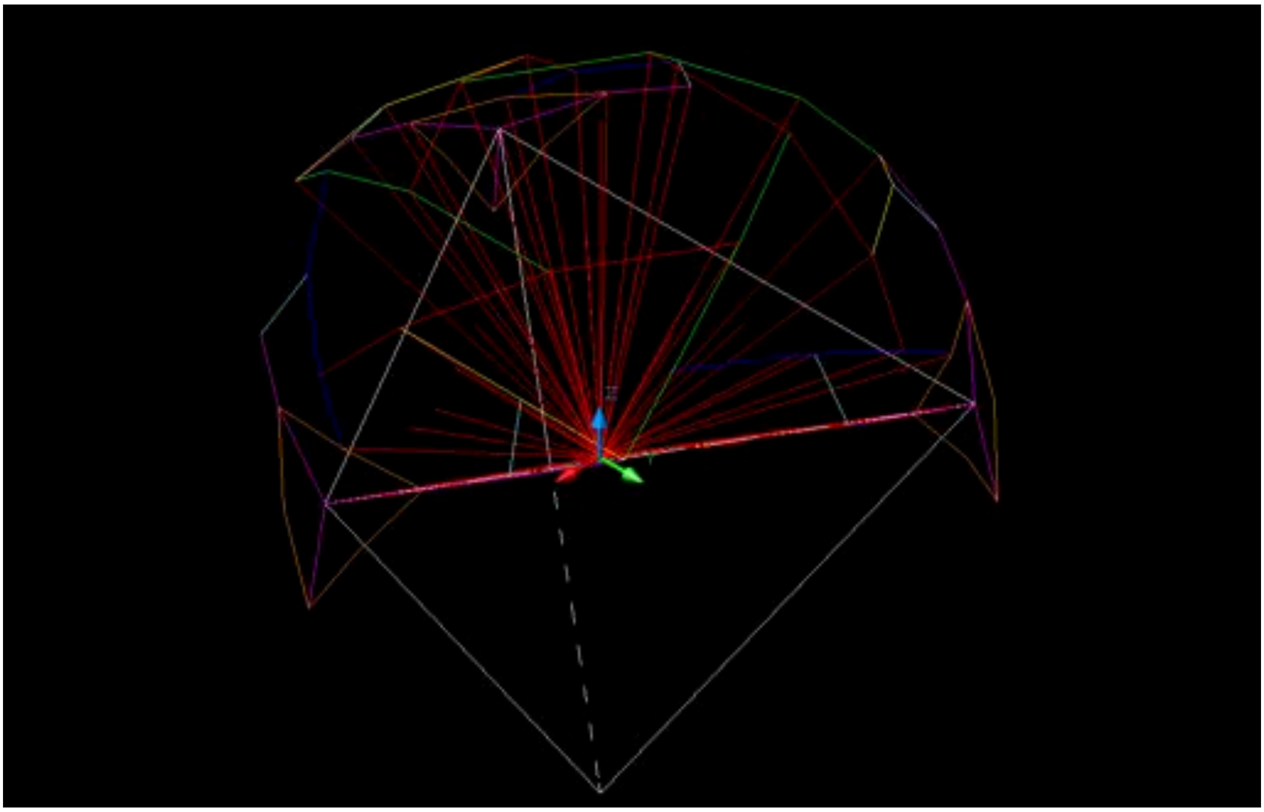
Pero para nuestro diseño, hemos decidido no tomar todas las aristas sino un entramado



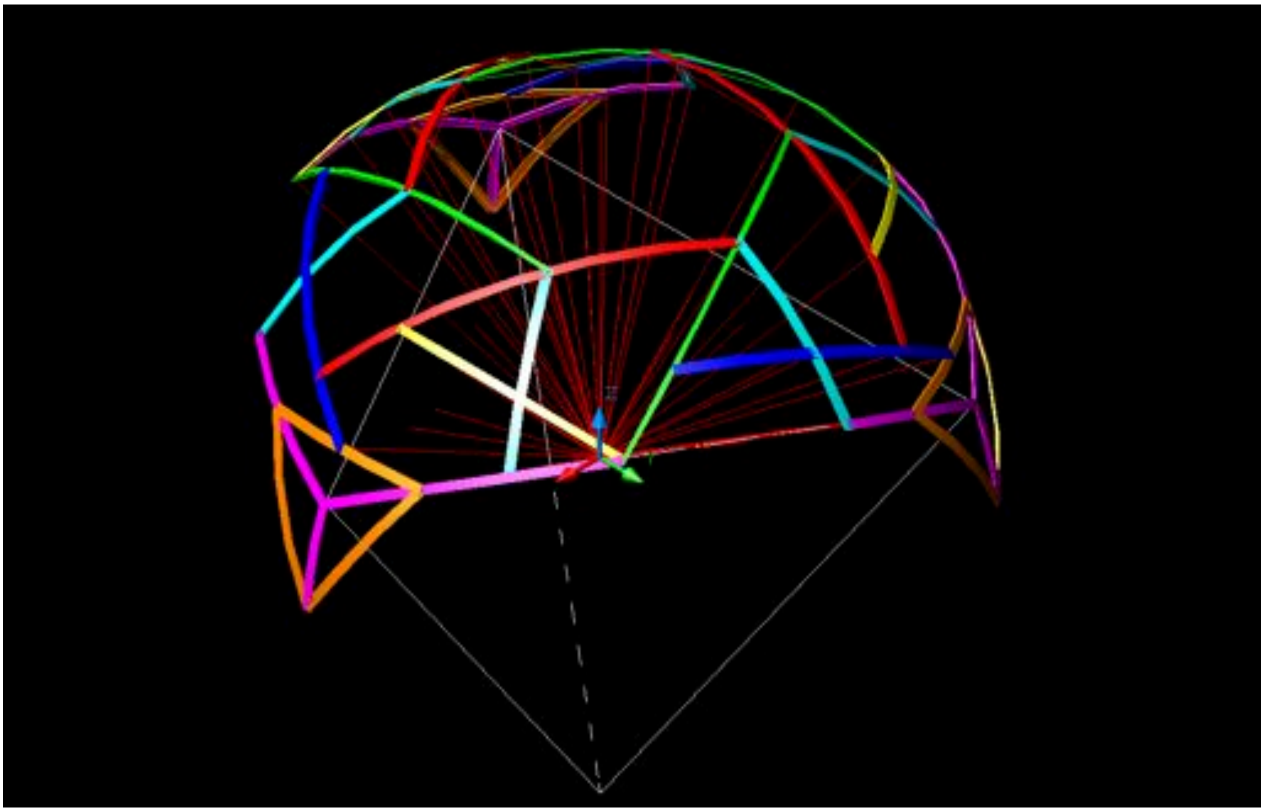
Que proyectaremos del mismo modo que habíamos hecho antes



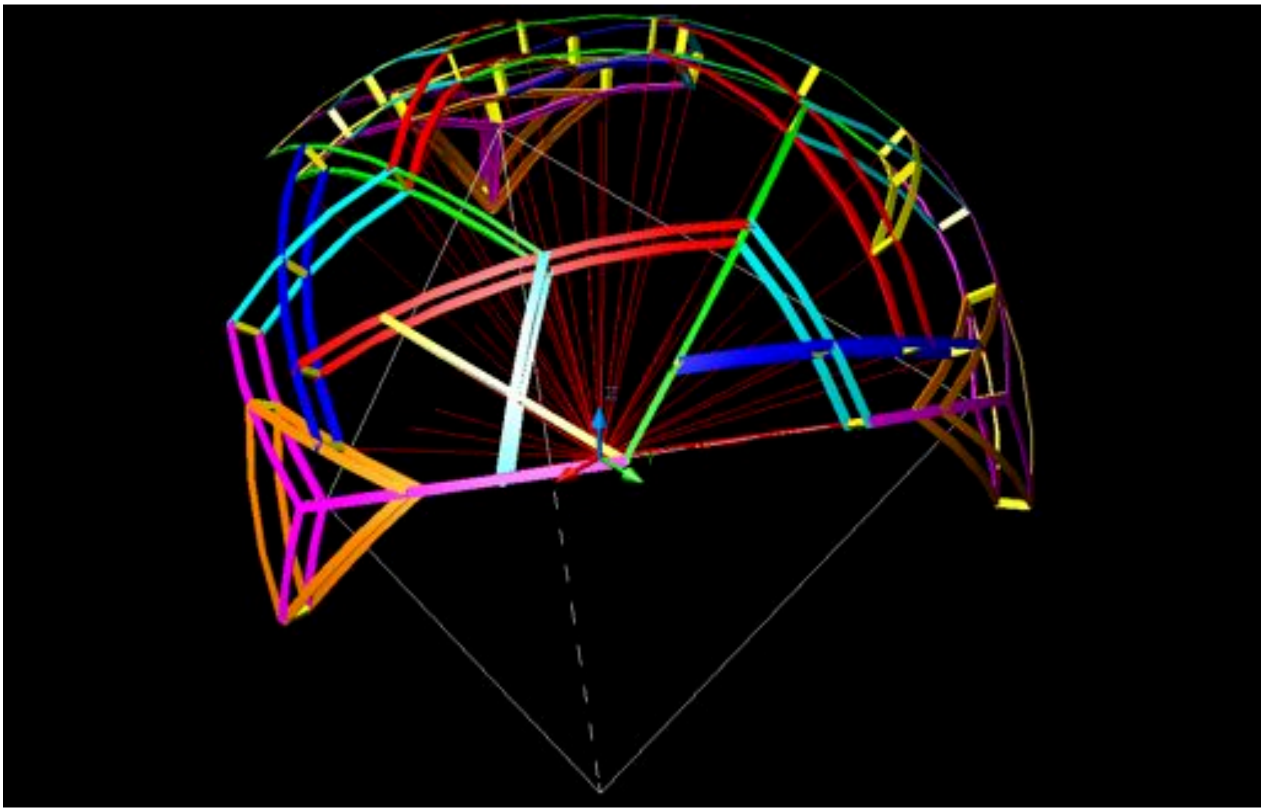
Obteniendo así nuestra cúpula geodésica



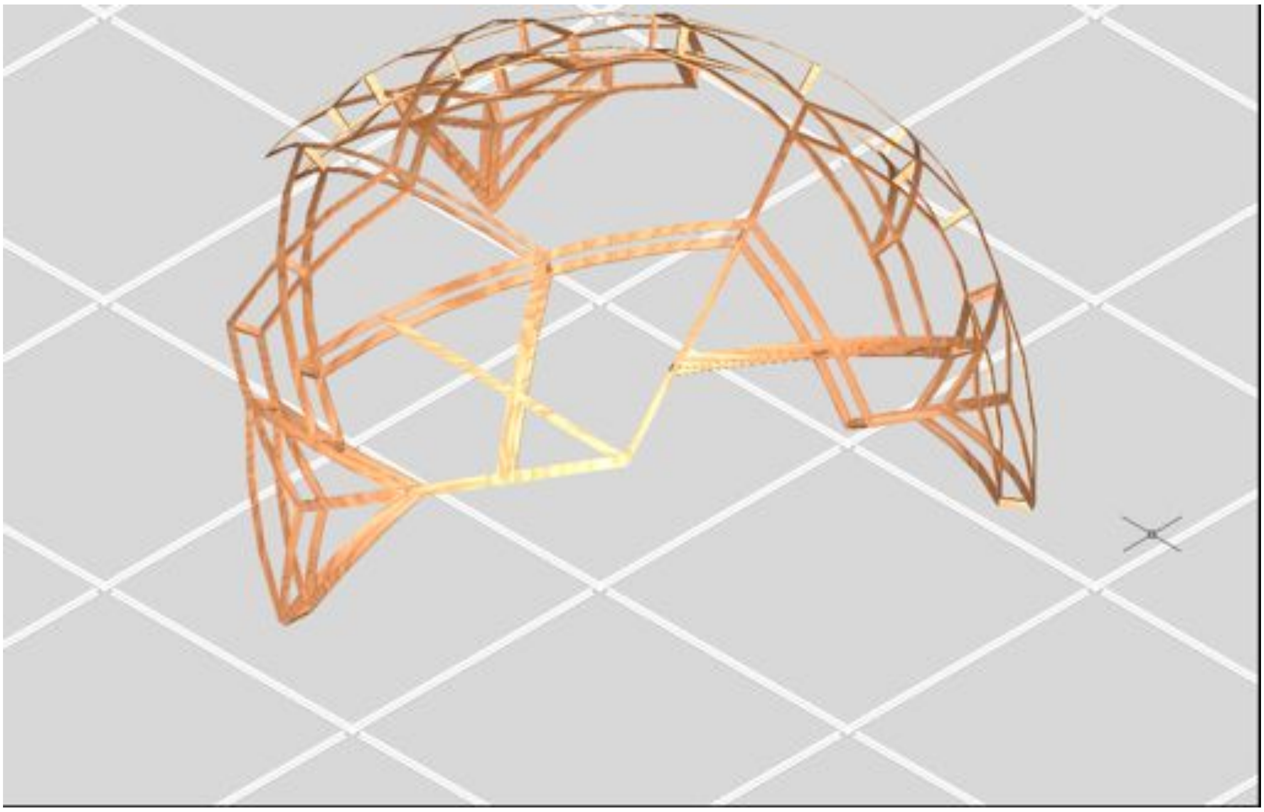
Que construiremos con listones de madera



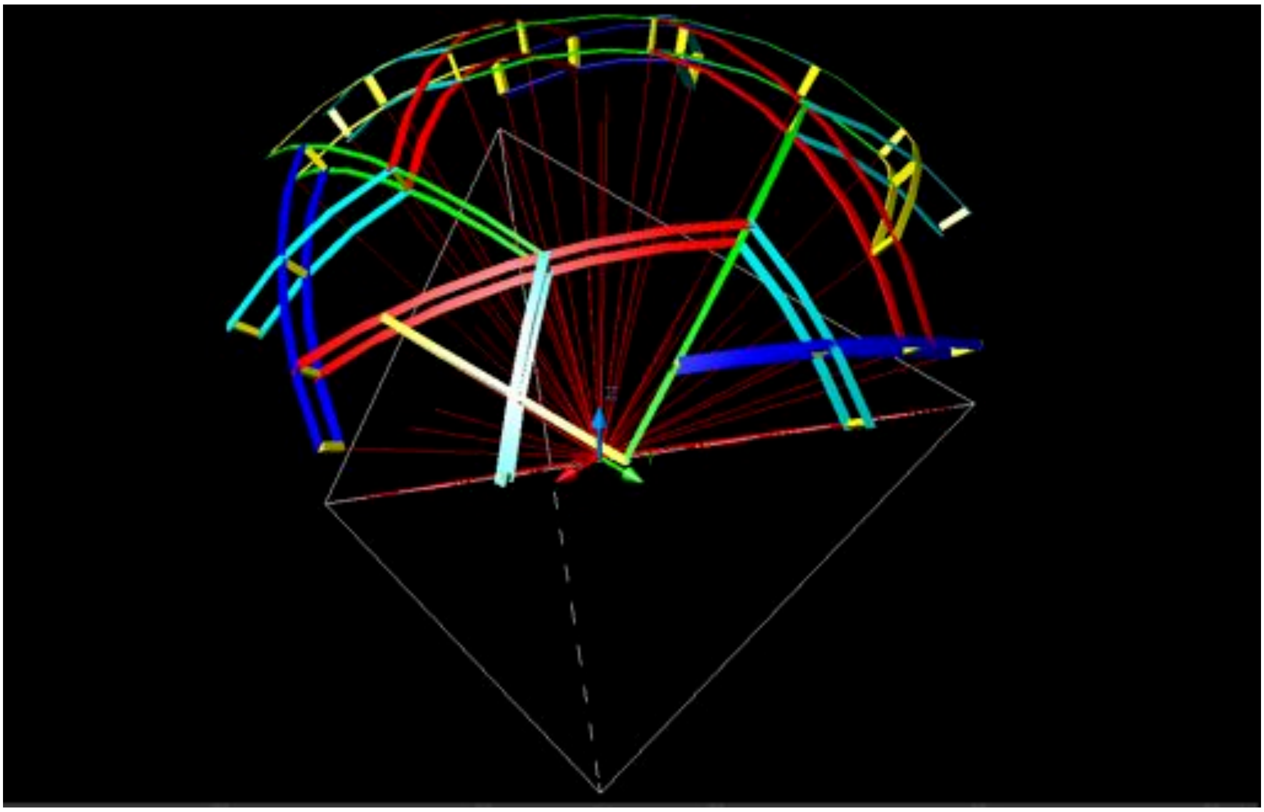
Y que será reforzada con una doble estructura



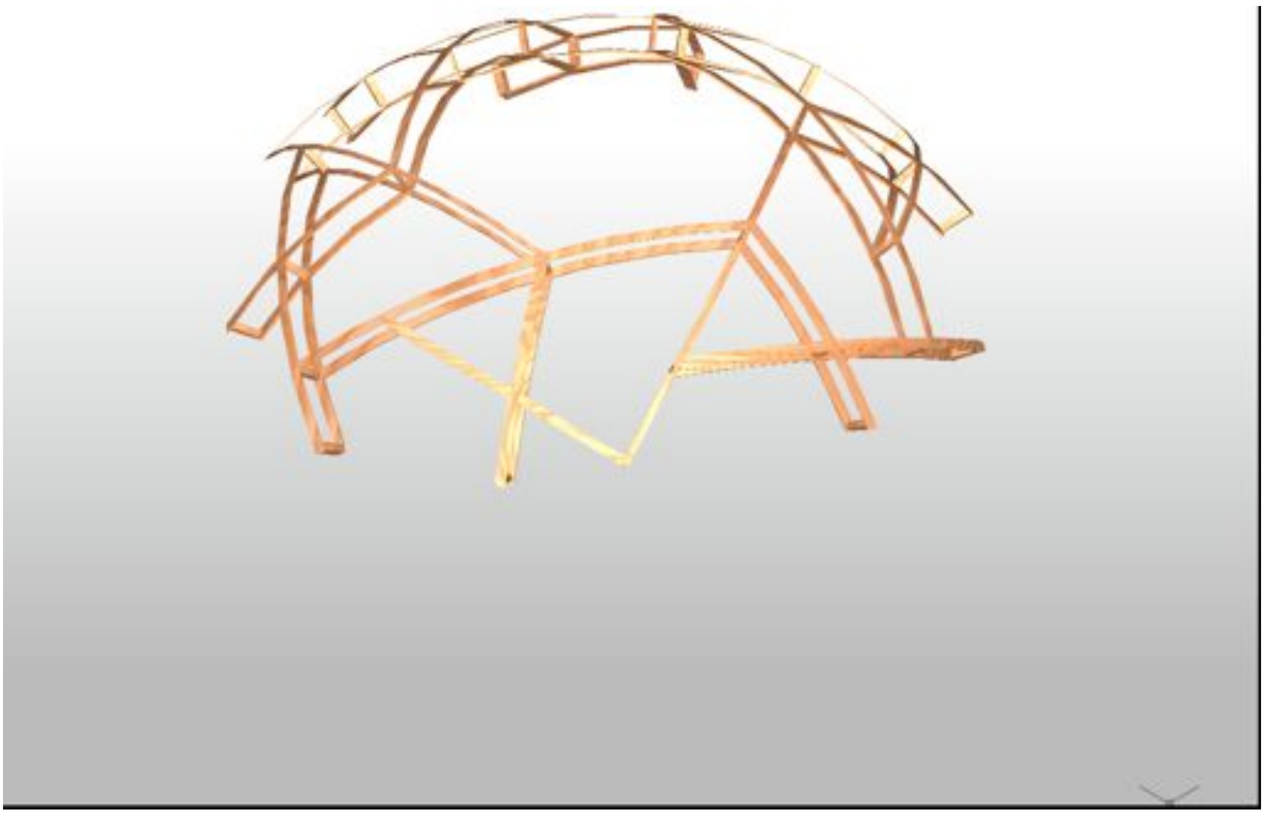
Y presentará este aspecto:



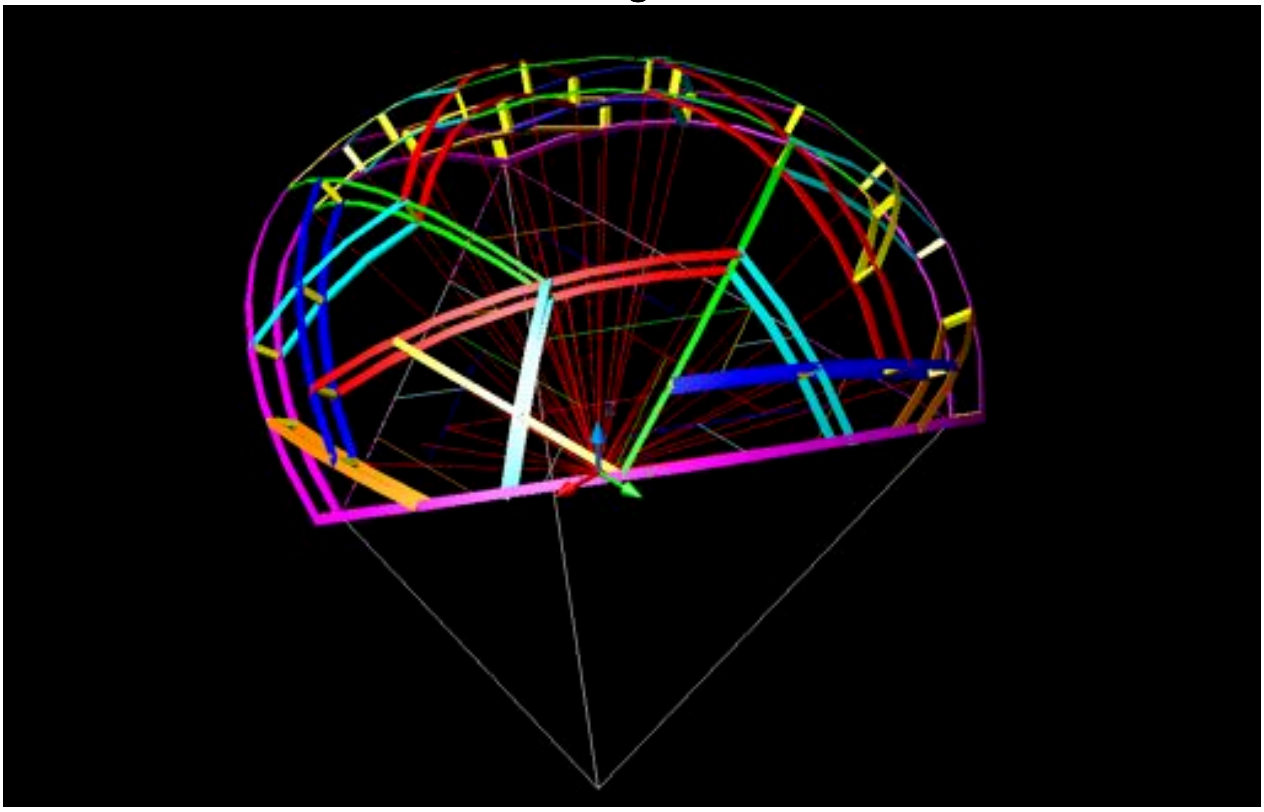
Aunque también se le pueden quitar las patas y colgarla



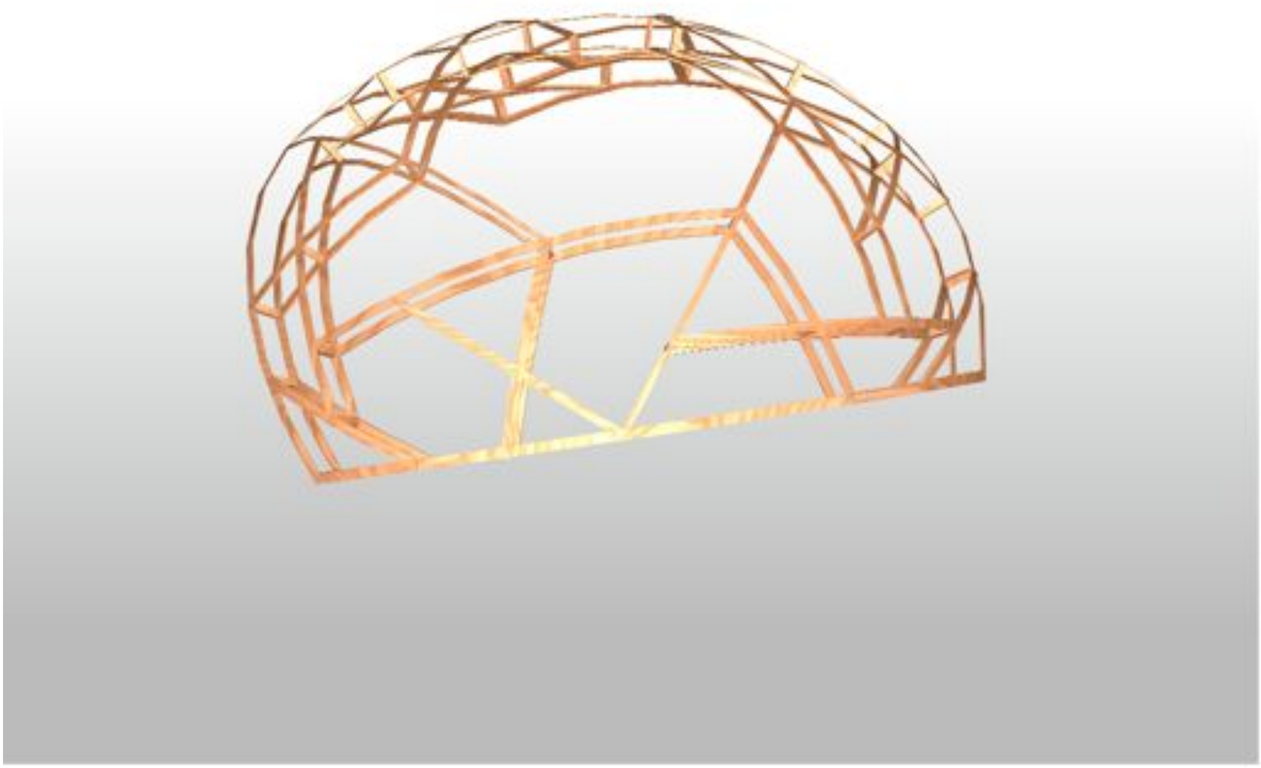
Quedando así nuestra cúpula:



Lo último que hemos hecho ha sido cerrar una cara triangular



Y así es como hemos fotografiado nuestra cúpula



ACLARACIONES

- Hasta aquí hemos visto una presentación gráfica de los pasos que hemos de dar para construir nuestra cúpula.
- Las herramientas matemáticas de las que nos hemos servido así como la forma de aplicarlas aparecen desarrolladas en el documento de word adjunto así como una introducción a nivel divulgativo acerca de las cúpulas geodésicas
- Adjuntamos por último el modelo 3D de la cúpula desarrollado en Autocad