



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

30069 - CURVAS ALGEBRAICAS

Información de la asignatura

Código - Nombre: 30069 - CURVAS ALGEBRAICAS

Titulación: 622 - Programa de Doctorado en Matemáticas
688 - Máster en Matemáticas y Aplicaciones (2016)

Centro: 104 - Facultad de Ciencias

Curso Académico: 2021/22

1. Detalles de la asignatura

1.1. Materia

Álgebra.

1.2. Carácter

688 - Obligatoria
622 - Complementos de Formación

1.3. Nivel

688 - Máster (MECES 3)
622 - Doctorado (MECES 4)

1.4. Curso

688 - Máster en Matemáticas y Aplicaciones (2016): 1
622 - Programa de Doctorado en Matemáticas: 99

1.5. Semestre

Primer semestre

1.6. Número de créditos ECTS

8.0

1.7. Idioma

Español e inglés. El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando, al menos, un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite.

1.8. Requisitos previos

No hay.

Código Seguro de Verificación:		Fecha:	07/03/2022	1/6
Firmado por:	<i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i>			
Url de Verificación:		Página:	1/6	

1.9. Recomendaciones

Es deseable que el alumno esté familiarizado con las herramientas básicas del Álgebra Conmutativa y de la teoría de cuerpos (por ejemplo, haber cursado Teoría de Galois)

1.10. Requisitos mínimos de asistencia

La asistencia es recomendable.

1.11. Coordinador/a de la asignatura

Andres Jaikin Zapirain

<https://autoservicio.uam.es/paginas-blancas/>

1.12. Competencias y resultados del aprendizaje

1.12.1. Competencias

Básicas y Generales

- Aplicar tanto los conocimientos como la capacidad de análisis y de abstracción adquiridos en la definición y planteamiento de nuevos problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales. Aplicar los conocimientos adquiridos y la capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos, dentro de contextos más amplios e interdisciplinares, relacionados con las matemáticas o sus aplicaciones.
- Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información posiblemente incompleta. Estos juicios incluirán, en su caso, reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos.
- Comunicar las conclusiones matemáticas (y los conocimientos y razones últimas que las sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- Poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo autónomo, en particular, para acceder al periodo de investigación del doctorado.
- Recabar e interpretar datos, información o resultados relevantes en problemas matemáticos, científicos, tecnológicos o de otros ámbitos que requieran el uso de herramientas matemáticas, así como obtener conclusiones y exponerlas razonadamente.
- Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- Aplicar los conocimientos adquiridos y la capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- Comunicar las conclusiones –y los conocimientos y razones últimas que las sustentan– a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- Poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

Transversales

- Trabajo en equipo.

Específicas

- Conocimiento de los resultados fundamentales necesarios en esta área de las Matemáticas y sus aplicaciones para iniciarse en la investigación.
- Conocimiento de demostraciones rigurosas de teoremas avanzados en esta área de la Matemática.

Código Seguro de Verificación:		Fecha:	07/03/2022	2/6
Firmado por:	<i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i>			
Url de Verificación:		Página:	2/6	

- Experiencia en el uso de las técnicas aprendidas en el estudio de las demostraciones de teoremas avanzados.
- Conocimiento de teorías y conceptos clave y práctica en su aplicación a la resolución de problemas.
- Capacidad para enunciar proposiciones en la frontera del conocimiento de este campo de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los resultados.
- Discriminación, tras un análisis preliminar, de las dificultades y puntos delicados en la resolución de un problema.
- Capacidad para formular simbólicamente y rigurosamente un problema a partir de una descripción verbal, posiblemente incompleta, de forma que se facilite su análisis y resolución.
- Capacidad para definir nuevos objetos matemáticos en términos de otros ya conocidos para utilizarlos en diferentes contextos.
- Capacidad para elegir y aplicar el procedimiento adecuado a la resolución de un problema.
- Capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
- Capacidad para abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos que requieran un alto nivel matemático.
- Capacidad para proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales complejas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- Uso de medios tecnológicos y audiovisuales para la comunicación eficaz de resultados matemáticos.

1.12.2. Resultados de aprendizaje

-

1.12.3. Objetivos de la asignatura

El curso es una introducción a la Geometría Algebraica. Se presta especial atención a la teoría de curvas algebraicas. En particular, se estudiarán las curvas elípticas, requisito necesario para el curso de Criptografía que se imparte en el segundo semestre.

1.13. Contenidos del programa

1. Variedades afines.

Complementos algebraicos. Anillos noetherianos. El Teorema de la Base de Hilbert. El Teorema de los Ceros de Hilbert. Puntos e ideales maximales. Dimensión. Anillos de funciones.

2. Variedades proyectivas.

Funciones en variedades proyectivas. Curvas proyectivas y valoraciones. Morfismos y aplicaciones racionales.

3. Curvas lisas y singulares.

Singularidades. Blow-up. Valoraciones y dominios de Dedekind.

4. El Teorema de Riemann-Roch.

Divisores. El Teorema de Riemann. El género de una curva. El Teorema de Riemann-Roch.

5. Algunos resultados sobre curvas.

El Teorema de Hurwitz. Inmersiones en el espacio proyectivo. La inmersión canónica. Curvas hiperelípticas. Grado de una curva. Clasificación de curvas.

6. Curvas elípticas.

El grupo de puntos de una curva elíptica. Clasificación de curvas elípticas. El invariante j .

7. Funciones Zeta de curvas sobre cuerpos finitos.

Funciones Zeta de variedades. Las Conjeturas de Weil. La Hipótesis de Riemann.

8. Curvas elípticas sobre los racionales.*

Cuerpos p -ádicos. Puntos de torsión. Teorema de Mordell-Weil.

Código Seguro de Verificación:		Fecha:	07/03/2022	3/6
Firmado por:	<i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i>			
Url de Verificación:		Página:	3/6	

*: si el tiempo lo permite.

1.14. Referencias de consulta

Textos básicos:

- W. Fulton, Algebraic Curves, Benjamin (1969) (available from : <http://www.math.lsa.umich.edu/~wfulton/>)
- S. Galbraith, Mathematics of Public Key Cryptography, Cambridge University Press 2012 (available from: <https://www.math.auckland.ac.nz/~sgal018/crypto-book/crypto-book.html>)
- R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Springer (1977).
- J. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves, Springer (1986).
- H. Stichtenoth, Algebraic Function Fields and Codes, Springer (1993).

Textos complementarios:

- M. Atiyah, I. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley (1969).
- J. W. S. Cassels, Local Fields, LMS Student texts 3, Cambridge University Press (1986).
- J. W. S. Cassels, Lectures on Elliptic Curves, LMS Student texts 24, Cambridge University Press (1991).
- S. Lang, Algebraic Number Theory, Addison-Wesley (1970).
- S. Lang, Introduction to Algebraic and Abelian Functions, 2nd ed., Springer-Verlag (1982).
- D. Lorenzini, An Invitation to Arithmetic Geometry, A.M.S. (1996).
- H. Matsumura, Commutative Algebra, 2nd ed., Benjamin/Cummings (1980).
- M. Reid, Undergraduate algebraic geometry. Cambridge Univ. Press (1988).
- M. Reid, Undergraduate commutative algebra, LMS, (1995).
- A. Robert, Elliptic Curves, Lecture Notes in Math. 326, Springer-Verlag (1973).
- J.-P. Serre, Local Fields, Springer-Verlag (1979).
- S. Shafarevich, Basic Algebraic Geometry 1, 2, second edition, Springer-Verlag 1994.
- R. J. Walker, Algebraic Curves, Dover (1962).

Otros textos:

- F. Kirwan, Complex algebraic curves, LMS, (1992).
- P. A. Griffiths, Introduction to algebraic curves. A. M. S. (1989).
- C.J. Moreno, Algebraic Curves over Finite Fields, Cambridge Univ. Press (1991).
- D. Perrin, Algebraic Geometry, Springer, (2008).
- J. Harris, Algebraic Geometry: A First course, Graduate Texts in Mathematics 133, Springer-Verlag 1992.
- E. Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhäuser, 1985
- K. E. Smith y otros, An Invitation to Algebraic Geometry, Springer (2000).
- R. Miranda, Algebraic curves and Riemann surfaces, AMS, (1991).
- Q. Liu, Algebraic Geometry and Arithmetic Curves (Oxford Graduate Texts in Mathematics) Oxford University Press, New edition (2006).
- C. Peskine, An Algebraic Introduction to Complex Projective Geometry (I. Commutative Algebra) Cambridge studies in advanced mathematics 47 (1996).

2. Metodologías docentes y tiempo de trabajo del estudiante

2.1. Presencialidad

	#horas
Porcentaje de actividades presenciales (mínimo 33% del total)	66
Porcentaje de actividades no presenciales	132

2.2. Relación de actividades formativas

Actividades presenciales	Nº horas
Clases teóricas en aula	52
Seminarios	

Código Seguro de Verificación:		Fecha:	07/03/2022	4/6
Firmado por:	<i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i>			
Url de Verificación:		Página:	4/6	

Clases prácticas en aula	
Prácticas clínicas	
Prácticas con medios informáticos	
Prácticas de campo	
Prácticas de laboratorio	
Prácticas externas y/o practicum	
Trabajos académicamente dirigidos	
Tutorías	10
Actividades de evaluación	4
Otras	

- Clase presencial.
- Resolución de ejercicios complementarios.
- Redacción de un trabajo final.

Dinámica docente

Clases presenciales: exposición oral por parte del profesor de los contenidos teóricos fundamentales de cada tema.

Ejercicios: se publicarán listas de problemas en la página web; los alumnos deberán trabajar sobre ellos y presentar sus soluciones en clase periódicamente.

Trabajo final: cada alumno redactará un trabajo, cuyo tema será acordado previamente con el profesor, y que tendrá que entregar antes de la fecha que sea fijada.

3. Sistemas de evaluación y porcentaje en la calificación final

3.1. Convocatoria ordinaria

Trabajo redactado: 40%

Ejercicios en clase y participación: 10%

Examen final: 50%

3.1.1. Relación actividades de evaluación

Actividad de evaluación	%
Examen final (máximo 70% de la calificación final o el porcentaje que figure en la memoria)	50
Evaluación continua	50

3.2. Convocatoria extraordinaria

Trabajo redactado: 40%

Ejercicios en clase y participación: 10%

Examen final: 50%

3.2.1. Relación actividades de evaluación

Actividad de evaluación	%
Examen final (máximo 70% de la calificación final o el porcentaje que figure en la memoria)	50
Evaluación continua	50

4. Cronograma orientativo

Código Seguro de Verificación:		Fecha:	07/03/2022	5/6
Firmado por:	<i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i>			
Url de Verificación:		Página:	5/6	

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales
1-2	Tema 1	8	17
3-4	Tema 2	8	17
5-6	Tema 3	8	17
7-8	Tema 4	8	17
9-10	Tema 5	8	17
11-12	Tema 6	8	17
13-14	Tema 7	8	17
15-16	Tema 8	8	17

Código Seguro de Verificación:		Fecha:	07/03/2022	6/6
Firmado por:	<i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i>			
Url de Verificación:		Página:	6/6	