



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

30070 - GEOMETRÍA DIFERENCIAL

Información de la asignatura

Código - Nombre: 30070 - GEOMETRÍA DIFERENCIAL

Titulación: 622 - Programa de Doctorado en Matemáticas
688 - Máster en Matemáticas y Aplicaciones (2016)

Centro: 104 - Facultad de Ciencias

Curso Académico: 2021/22

1. Detalles de la asignatura

1.1. Materia

Geometría Diferencial.

1.2. Carácter

688 - Obligatoria
622 - Complementos de Formación

1.3. Nivel

688 - Máster (MECES 3)
622 - Doctorado (MECES 4)

1.4. Curso

688 - Máster en Matemáticas y Aplicaciones (2016): 1
622 - Programa de Doctorado en Matemáticas: 99

1.5. Semestre

Primer semestre

1.6. Número de créditos ECTS

8.0

1.7. Idioma

Español e inglés. El curso se impartirá en inglés siempre y cuando, al menos, un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite.

1.8. Requisitos previos

No hay.

| | | | | |
|---------------------------------------|--|----------------|------------|-----|
| Código Seguro de Verificación: | | Fecha: | 07/03/2022 | 1/5 |
| Firmado por: | <i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i> | | | |
| Url de Verificación: | | Página: | 1/5 | |

1.9. Recomendaciones

Los estudiantes deberían haber cursado el curso "Geometría Diferencial" del grado en Matemáticas de la UAM u otro de contenido similar. El curso "Geometría y Topología" del grado en Matemáticas de la UAM es recomendable, pero no es estrictamente necesario.

1.10. Requisitos mínimos de asistencia

La asistencia es muy recomendable.

1.11. Coordinador/a de la asignatura

Federico Jose Cantero Moran

<https://autoservicio.uam.es/paginas-blancas/>

1.12. Competencias y resultados del aprendizaje

1.12.1. Competencias

Básicas y Generales

- Aplicar tanto los conocimientos como la capacidad de análisis y de abstracción adquiridos en la definición y planteamiento de nuevos problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales. Aplicar los conocimientos adquiridos y la capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos, dentro de contextos más amplios e interdisciplinarios, relacionados con las matemáticas o sus aplicaciones.
- Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información posiblemente incompleta. Estos juicios incluirán, en su caso, reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos.
- Comunicar las conclusiones matemáticas (y los conocimientos y razones últimas que las sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- Poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo autónomo, en particular, para acceder al periodo de investigación del doctorado.
- Recabar e interpretar datos, información o resultados relevantes en problemas matemáticos, científicos, tecnológicos o de otros ámbitos que requieran el uso de herramientas matemáticas, así como obtener conclusiones y exponerlas razonadamente.
- Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- Aplicar los conocimientos adquiridos y la capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- Comunicar las conclusiones –y los conocimientos y razones últimas que las sustentan– a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- Poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

Transversales

- Trabajo en equipo.

Específicas

- Conocimiento de los resultados fundamentales necesarios en esta área de las Matemáticas y sus aplicaciones para iniciarse en la investigación.

| | | | | |
|---------------------------------------|--|----------------|------------|-----|
| Código Seguro de Verificación: | | Fecha: | 07/03/2022 | 2/5 |
| Firmado por: | <i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i> | | | |
| Url de Verificación: | | Página: | 2/5 | |

- Conocimiento de demostraciones rigurosas de teoremas avanzados en esta área de la Matemática.
- Experiencia en el uso de las técnicas aprendidas en el estudio de las demostraciones de teoremas avanzados.
- Conocimiento de teorías y conceptos clave y práctica en su aplicación a la resolución de problemas.
- Capacidad para enunciar proposiciones en la frontera del conocimiento de este campo de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los resultados.
- Discriminación, tras un análisis preliminar, de las dificultades y puntos delicados en la resolución de un problema.
- Capacidad para formular simbólicamente y rigurosamente un problema a partir de una descripción verbal, posiblemente incompleta, de forma que se facilite su análisis y resolución.
- Capacidad para definir nuevos objetos matemáticos en términos de otros ya conocidos para utilizarlos en diferentes contextos.
- Capacidad para elegir y aplicar el procedimiento adecuado a la resolución de un problema.
- Capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
- Capacidad para abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos que requieran un alto nivel matemático.
- Capacidad para proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales complejas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- Uso de medios tecnológicos y audiovisuales para la comunicación eficaz de resultados matemáticos.

1.12.2. Resultados de aprendizaje

-

1.12.3. Objetivos de la asignatura

Al final del curso, el estudiante debería:

- comprender los objetos básicos y las técnicas de geometría diferencial.
- sentirse cómodo con conceptos como fibrado tangente, formas diferenciales, variedad Riemanniana, geodésicas...
- entender el significado de estos conceptos en ejemplos concretos como esferas, toros, variedades producto y cocientes, espacios proyectivos reales y complejos, etcétera.

1.13. Contenidos del programa

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y TEOREMA DE FROBENIUS.

- Resumen de geometría diferencial elemental.
- Campos de vectores y formas diferenciales.
- Flujos, corchete y derivada de Lie.
- Distribuciones diferenciales y el teorema de Frobenius. Foliaciones.

CAPÍTULO II: GRUPOS DE LIE

- Definición. Ejemplos.
- Campos invariantes. Álgebra de Lie.
- Aplicación exponencial.
- Representación adjunta.

CAPÍTULO III: GEOMETRÍA RIEMANNIANA.

| | | | | |
|---------------------------------------|--|----------------|------------|------------|
| Código Seguro de Verificación: | | Fecha: | 07/03/2022 | 3/5 |
| Firmado por: | <i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i> | | | |
| Url de Verificación: | | Página: | 3/5 | |

- Métricas Riemannianas.
- Conexión de Levi-Civita.
- Geodésicas. Aplicación exponencial. Lema de Gauss.
- Curvatura: seccional, de Ricci, escalar.
- Campos de Jacobi.
- Teoremas globales.

1.14. Referencias de consulta

Berger, Marcel. *A panoramic view of Riemannian geometry*. Springer. 2003.

Boothby, William Munger. *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*. Academic Press. 1975.

Do Carmo, Manfredo Perdigão. *Riemannian geometry*. Birkhäuser. 1992.

Gallot, S, Hulin D, Lafontaine J. *Riemannian Geometry*. Springer Universitext. 1990.

Lee, John M. *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer GTM. Vol.218. 2003.

Poor, W.: *Differential geometric structures*. McGraw-Hill, 1981.

Spivak, Michael. *A comprehensive introduction to differential geometry*. Publish or Perish, inc. 1979.

Walschap, Gerard. *Metric structures in differential geometry*. Springer. GTM. Vol. 224. 2004.

Warner, Frank W. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer. GTM. Vol. 94. 1983

2. Metodologías docentes y tiempo de trabajo del estudiante

2.1. Presencialidad

| | #horas |
|---|--------|
| Porcentaje de actividades presenciales (mínimo 33% del total) | 70 |
| Porcentaje de actividades no presenciales | 130 |

2.2. Relación de actividades formativas

| Actividades presenciales | Nº horas |
|-----------------------------------|----------|
| Clases teóricas en aula | 42 |
| Seminarios | 12 |
| Clases prácticas en aula | |
| Prácticas clínicas | |
| Prácticas con medios informáticos | |
| Prácticas de campo | |
| Prácticas de laboratorio | |
| Prácticas externas y/o practicum | |
| Trabajos académicamente dirigidos | |
| Tutorías | 12 |
| Actividades de evaluación | 4 |
| Otras | |

Clases en grupo (dos veces por semana).

Conjuntos de problemas, a entregar en una fecha de entrega predeterminada.

Presentación por los estudiantes.

3. Sistemas de evaluación y porcentaje en la calificación final

3.1. Convocatoria ordinaria

Ejercicios para entregar: 40%

Ejercicios en clase y participación: 10%

Examen final: 50%

| | | | | |
|---------------------------------------|---|----------------|------------|-----|
| Código Seguro de Verificación: | | Fecha: | 07/03/2022 | 4/5 |
| Firmado por: | Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas | | | |
| Url de Verificación: | | Página: | 4/5 | |

3.1.1. Relación actividades de evaluación

| Actividad de evaluación | % |
|---|----|
| Examen final (máximo 70% de la calificación final o el porcentaje que figure en la memoria) | 50 |
| Evaluación continua | 50 |

3.2. Convocatoria extraordinaria

Ejercicios para entregar: 40%

Ejercicios en clase y participación: 10%

Examen final: 50%

3.2.1. Relación actividades de evaluación

| Actividad de evaluación | % |
|---|----|
| Examen final (máximo 70% de la calificación final o el porcentaje que figure en la memoria) | 50 |
| Evaluación continua | 50 |

4. Cronograma orientativo

| Semana | Contenido | Horas presenciales | Horas no presenciales |
|--------|---|--------------------|-----------------------|
| 1-2 | Resumen de geometría diferencial básica | 9 | 9 |
| 3 | Campos de vectores y flujos | 4.5 | 9 |
| 4 | Teorema de Frobenius | 4.5 | 9 |
| 5-6 | Grupos de Lie | 9 | 18 |
| 7 | Representación adjunta | 4.5 | 9 |
| 8 | Métricas riemannianas | 4.5 | 9 |
| 9 | Conexión de Levi-Civita | 4.5 | 9 |
| 10-11 | Geodésicas. Aplicación exponencial. | 9 | 18 |
| 12 | Curvatura en variedades | 4.5 | 9 |
| 13-14 | Campos de Jacobi. Teoremas globales. | 9 | 9 |
| 15-16 | Periodo de examen | 11.5 | 17 |

| | | | | |
|--------------------------------|--|---------|------------|-----|
| Código Seguro de Verificación: | | Fecha: | 07/03/2022 | 5/5 |
| Firmado por: | <i>Esta guía docente no estará firmada mediante CSV hasta el cierre de actas</i> | | | |
| Url de Verificación: | | Página: | 5/5 | |