

Curso Avanzado de EDPs

Segundo semestre 2023-2024

Profesor: Fernando Quirós Gracián

fernando.quiros@uam.es

Objetivos:

Este curso tiene dos partes diferentes. La primera, dedicada a la teoría “básica” de ecuaciones de evolución, constituye la continuación natural del curso de EDPs del primer semestre. En la segunda se hará una introducción a un par de temas más avanzados, próximos a la investigación del profesor. Los temas concretos a tratar dependerán de los intereses de los estudiantes matriculados en el curso.

Temario:

1. Ecuaciones de evolución
 - a. Soluciones débiles, método de Galerkin.
 - b. Métodos de monotonía (Browder-Minty).
 - c. Métodos de punto fijo.
 - d. Método de subsoluciones y supersoluciones.
 - e. Semigrupos lineales y Teorema de Hille-Yosida. Ecuaciones semilineales.
2. Temas avanzados (dos de entre los siguientes)
 - a. Ecuación de medios porosos.
 - b. Problema de Stefan.
 - c. Problema del obstáculo.
 - d. Comportamiento de tipo onda viajera en ecuaciones de reacción-difusión.
 - e. Problemas de explosión.
 - f. Ecuaciones de filtración fraccionarias.
 - g. Regularidad en problemas elípticos y parabólicos (locales y no locales).
 - h. Métodos de entropía.

Evaluación:

Entrega de ejercicios (50%) y trabajo final con exposición (50%). Opción de examen final para subir nota.

Bibliografía para la primera parte:

Evans, L. “Partial Differential equations.” Second edition. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.

Brezis, H. “Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations.” Universitext. Springer, New York, 2011. (Existe una versión más antigua en español)

Cazenave, R.; Haraux, A.; Martel, Y. “An introduction to semilinear evolution equations.” Clarendon Press; Oxford University Press, 1998.

Renardy, M.; Rogers, R. C. “An introduction to partial differential equations.” Second edition. Texts in Applied Mathematics, 13. Springer. New York, 2004.

Teschl, G. "Mathematical methods in quantum mechanics. With applications to Schrödinger operators." Second edition. Graduate Studies in Mathematics, 157. American Mathematical Society, Providence, RI, 2014.

Zheng, S. "Nonlinear evolution equations." Chapman & Hall/CRC Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, 133. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2004.

Bibliografia para la parte avanzada:

Aronson, D. G.; Weinberger, H. F. *Multidimensional nonlinear diffusion arising in population genetics*. Adv. in Math. 30 (1978), no. 1, 33–76.

Bramson, M. *Convergence of solutions of the Kolmogorov equation to travelling waves*. Mem. Amer. Math. Soc. 44 (1983), no. 285.

Du, Y.; Quirós, F.; Zhou, M. *Logarithmic corrections in Fisher-KPP type porous medium equations*. J. Math. Pures Appl. (9) 136 (2020), 415–455.

Fernandez-Real, X.; Ros-Oton, X. "Regularity Theory for Elliptic PDE." Disponible en la página web <https://www.ub.edu/pde/xros/Libre-ellipticPDE.pdf>

Figalli, A. *Regularity of interfaces in phase transitions via obstacle problems—Fields Medal lecture*. Proceedings of the International Congress of Mathematicians—Rio de Janeiro 2018. Vol. I. Plenary lectures, 225–247, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2018.

Figalli, A.; Ros-Oton, X.; Serra, J. *The singular set in the Stefan problem*. Preprint, disponible en arXiv:2103.13379 [math.AP].

Friedman, A. "Variational principles and free-boundary problems." Second edition. Robert E. Krieger Publishing Co., Inc., Malabar, FL, 1988.

Kinderlehrer, D.; Stampacchia, G. "An introduction to variational inequalities and their applications." Reprint of the 1980 original. Classics in Applied Mathematics, 31. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2000.

de Pablo, A.; Quirós, F.; Rodríguez, A.; Vázquez, J.L. *A general fractional porous medium equation*. Comm. Pure Appl. Math. 65 (2012), no. 9, 1242–1284.

Quittner, P.; Souplet, Ph. "Superlinear parabolic problems. Blow-up, global existence and steady states." Second edition. Birkhäuser/Springer, Cham, 2019.

Tao, T. *Some notes on Bakry-Emery theory*. Disponible en la página web <https://terrytao.wordpress.com/2013/02/05/somenotes-on-bakry-emery-theory/>

Vasseur, A. F. *The De Giorgi method for elliptic and parabolic equations and some applications*. Lectures on the analysis of nonlinear partial differential equations. Part 4, 195–222, Morningside Lect. Math., 4, Int. Press, Somerville, MA, 2016.

Vázquez, J. L. "The porous medium equation. Mathematical theory." Oxford University Press, Oxford, 2007.