

Suplemento

# La hoja volante

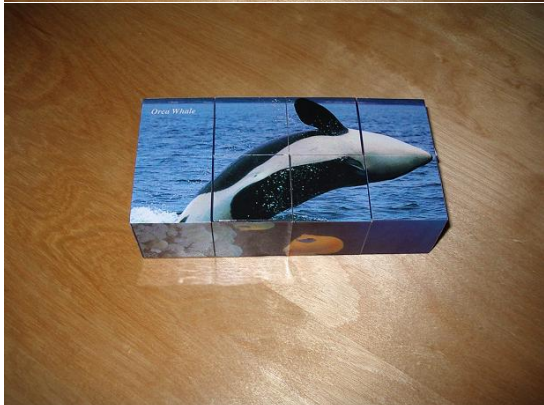
Número 12

- Flexicubo
- Fractales de papel

## Flexicubo

Este mes no hay problema ni acertijo. Ahora bien, podéis seguir mandando vuestras respuestas a los de la hoja 11 o cualquier otra cosa que se os antoje a nuestra dirección de correo, [hojavolante@uam.es](mailto:hojavolante@uam.es).

En lugar de eso os enseñamos este curioso cubo, se llama flexicubo porque podemos doblarlo para ir consiguiendo mostrar todas las caras de los cubitos pequeños que lo componen:



¿Que por qué no ponemos problemas? Pues porque el verano es para descansar, eso de las “Vacaciones Santillana” es un timo... (autocensura). Ahora bien, si de verdad te quieres entretener con algo te retamos a que construyas tu propio flexicubo. Compra un rollo de cinta para regalo y prepara tu paciencia...



## 1. Materiales

Lo primero que necesitas, como ya hemos dicho, es un rollo de cinta para regalo, puedes adquirirlos en las tiendas de “todo a sesenta céntimos” en varios colores.



Ahora tienes que cortar un trozo suficientemente largo como para construir tu flexicubo. Ese trozo de cinta lo doblaremos en cuadraditos. Necesitaremos cinta para construir 8 cubitos y cada cubito precisará de 16 cuadraditos. Además, en un extremo necesitaremos 3 cuadraditos más y en el otro extremo 2. Por lo tanto, en principio bastaría con  $8 \times 16 + 5 = 133$  cuadraditos, es decir, 133 veces el ancho de tu cinta. Pero no seas rácano, corta un poco más, que luego fastidia mucho si después de todo el trabajo ves que no te llega la cinta. Digamos que un trozo de cinta que mida unos dos metros va justito (esto puede depender, claro, del ancho de tu cinta, aunque el ancho que recomendamos es aproximadamente el que puedes ver en las fotos, baja hasta las fotos en las que sale alguna mano para tener una referencia...) ¡así que corta más de dos metros!



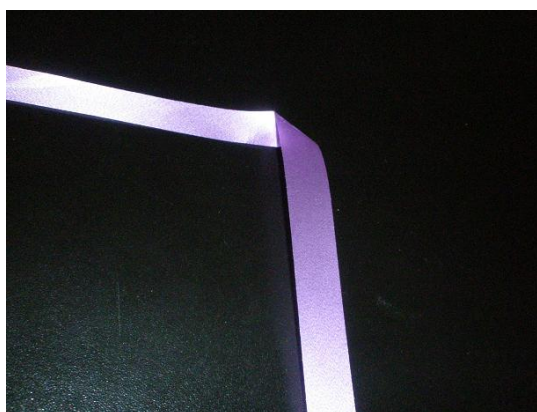
¡Esto bastará! Vamos a doblarlo...

## 2. Doblando en cuadraditos

Lo primero que tienes que hacer es doblar el trozo de cinta más o menos por su mitad, procurando que el dobléz sea lo más perpendicular posible a la cinta.



Tras haber marcado el dobléz, te será muy fácil hacer un dobléz en ángulo de 45 grados, teniendo así los dos tramos de cinta en perpendicular.



Ahora, la cinta que hay a la izquierda hay que pasarla sobre la otra hacia la derecha, así:



y ahora pasamos la otra cinta sobre ésta marcando el doblez



Y seguimos repitiendo esto hasta el aburrimiento... una sobre la otra y la otra sobre la una, marcando siempre los dobleces.



y otra vez una sobre la otra



Después de un rato de hacer esto, tendremos una cosa así:



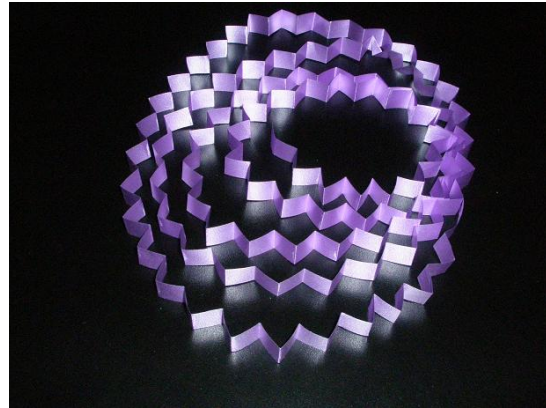
y la otra sobre la una.



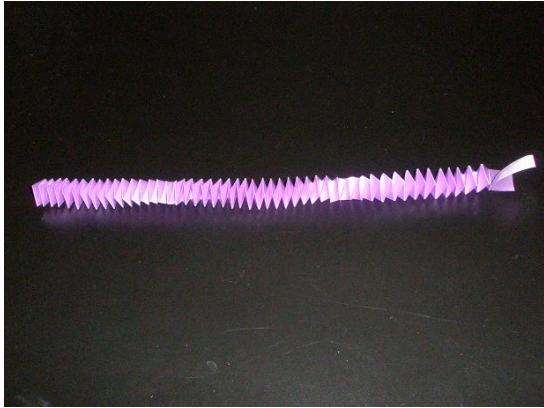
y después de hacerlo con casi toda la cinta, una especie “de muelle con patas” que parece “bajito”



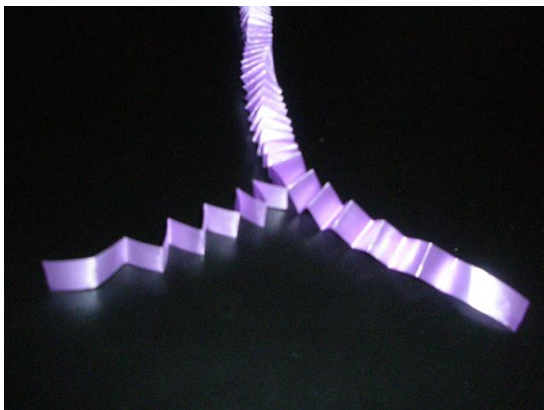
pero no lo es tanto.



Por último, con unas tijeras, afila un poco los trozos de los extremos, así (esto será muy útil para “coser”):



Muy bien, ahora agárralo por las patas y empieza a girarlas en círculos, verás cómo se va deshaciendo



hasta tener el “estrellado” resultado que puedes ver.

### 3. Construyendo los 8 cubitos

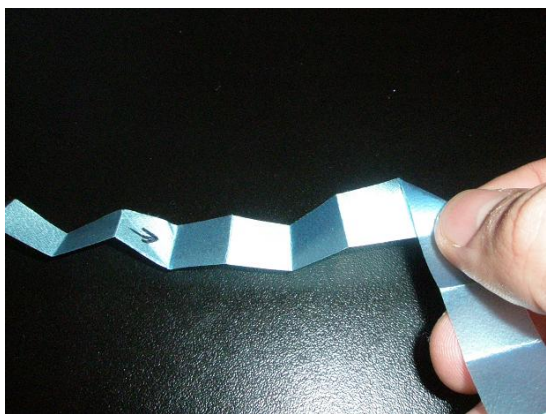
Si te has fijado, en el centro de la cinta se ha quedado marcada la diagonal en un cuadradito. Esto, lejos de ser una desventaja (luego no se verá) nos viene muy bien como punto de referencia. Para que puedas seguirlo mejor, lo hemos marcado con una flecha. Primero construiremos 4 cubos desde el centro hacia el lado que señala la flecha y luego otros 4 en el otro sentido.

#### Primer cubo

Siempre, antes de construir un nuevo cubo, marcamos dobleces en diagonal en las posiciones 5 y 11 (unas veces hacia arriba y otras hacia abajo) y orientaremos los dobleces rectos que ya teníamos (que en principio están alternados arriba-abajo) hacia el sentido que nos interese.

Para los 4 primeros cubos, supondremos que la cinta está apoyada en la mesa en posición horizontal, con el cubo anterior a su izquierda también apoyado sobre la mesa.

Para el primer cubo “doblamos hacia abajo en las posiciones 5 y 11 y orientamos todos los dobleces hasta el cuadradito 11 con su eje tocando la mesa. Como todo esto estará resultando un poco liso (para los siguientes cubos será más fácil), mejor ponemos un par de fotos. La flecha indica el centro de la cinta. Como se ve, doblamos “hacia abajo”

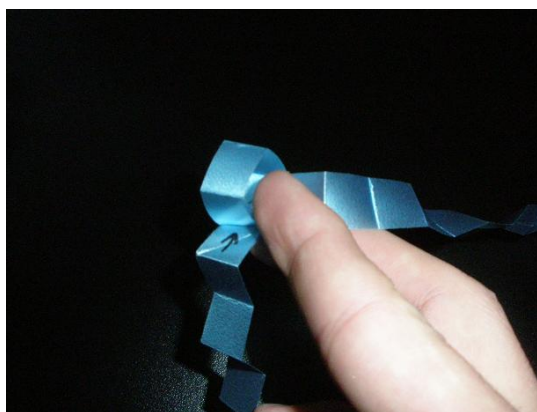


en las posiciones 5 y 11.



Además, aunque no se aprecie mucho en las fotografías marcamos todos los dobleces verticales con el eje hacia el lado que toca la mesa (“valles” y no “montañas”). Bien, ahora doblamos por el doblez diagonal de la posición 5 (sí, repetimos la foto)

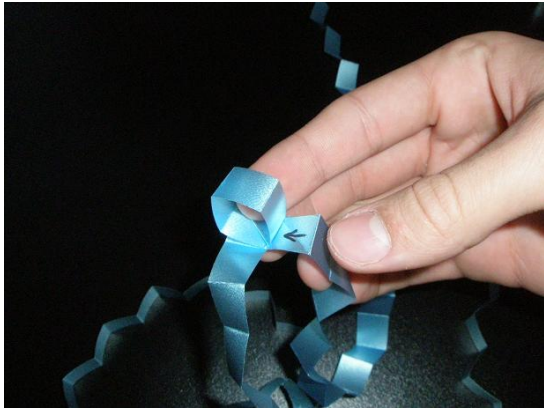
y giramos hacia el lado de la flecha siguiendo la orientación de “valle” que hemos marcado en los dobleces para tener 4 paredes de cubo, así



o visto desde el otro lado...

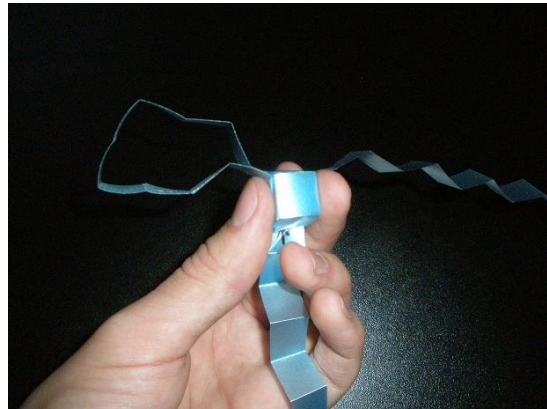


Ahora (el sentido del doblar de nuevo debería guiarnos), doblamos la cinta pasando por debajo del cubo, así

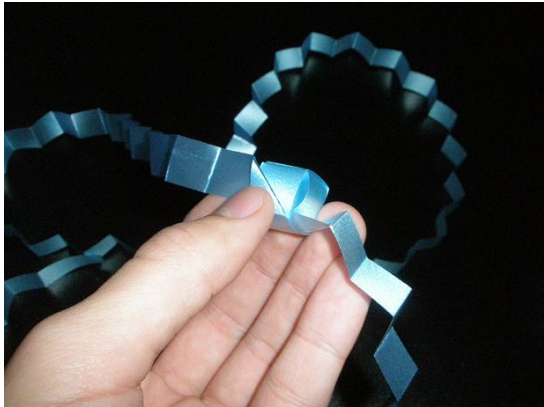


y tiramos y tiramos...

¿se entiende? Pues ya vamos muy bien... Ahora se trata de girar la cinta alrededor del cubo para construir el resto de las paredes, hasta llegar al otro doblez diagonal, el de la posición 11.

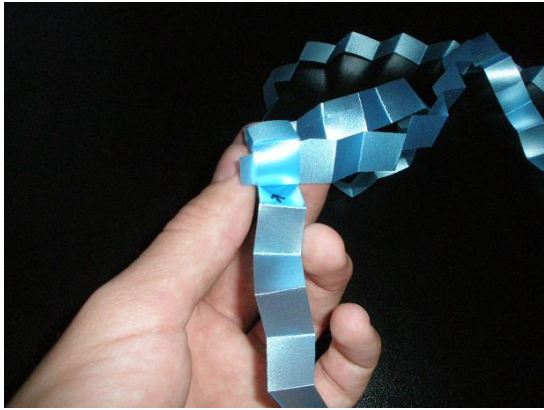


hasta llegar al tope.

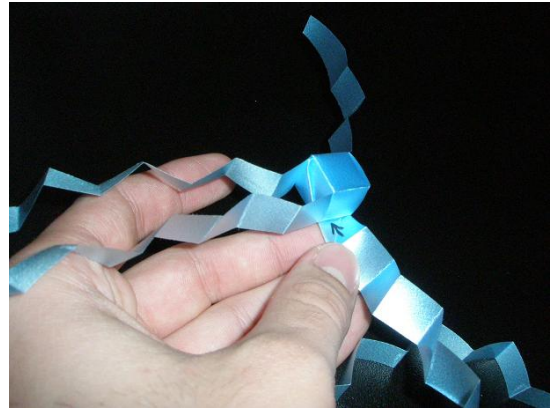


Y ya tenemos el primer cubo, sólo que si soltamos se nos va a deshacer. Para fijarlo vamos a hacer lo que llamamos “coser”. En la construcción de cada cubo coseremos 3 veces, siempre de la misma manera. Para la primera vez, cosemos la cinta por la arista a la que nos ha llevado el último doblez diagonal, así

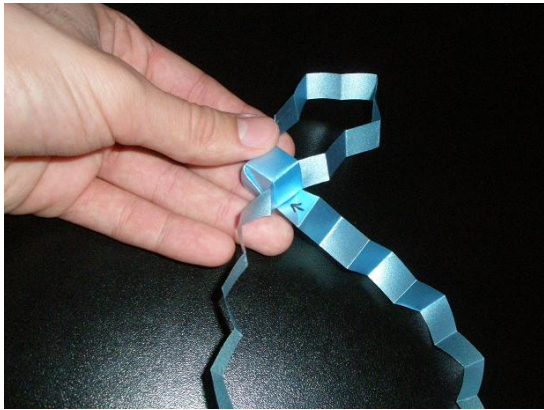
La segunda vez, se cose por la siguiente arista siguiendo el sentido de la cinta (no por la que acaba de salir la cinta, pues entonces desharamos lo hecho, sino por la siguiente), así



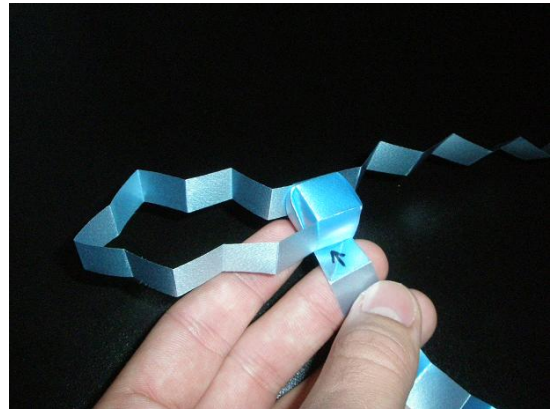
y otra vez se tira...



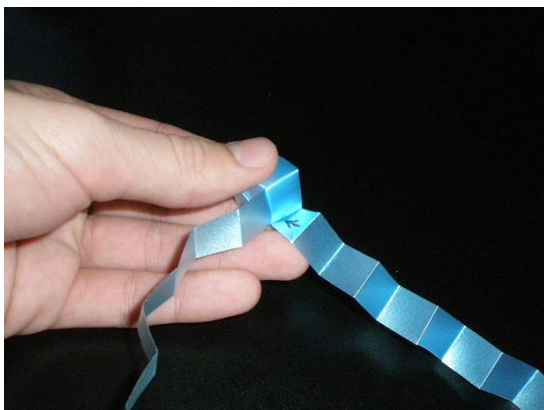
y tiramos...



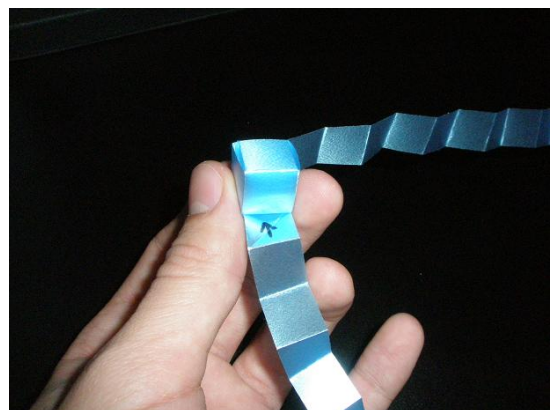
hasta llegar al tope.



hasta llegar al tope (obsérvese que tapamos la diagonal por lo que todas las caras del cubo se ven ahora “bonitas”).



Por último, cosemos una tercera vez por la siguiente arista (que vuelve a ser la primera por la que cosimos)

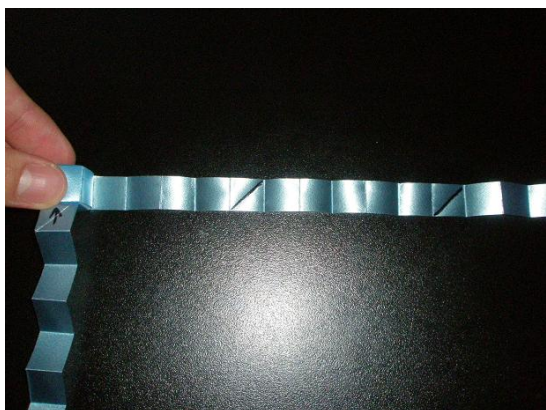


¡Y ya hemos terminado el primer cubo!

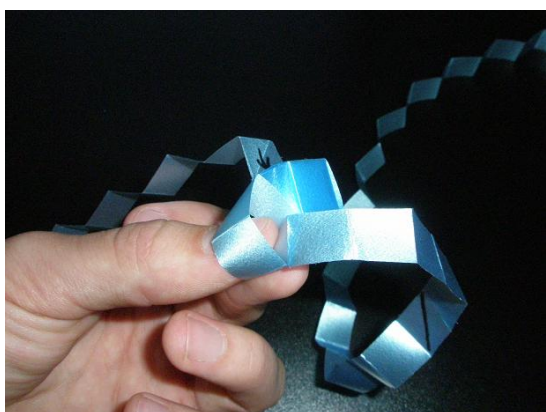


### Segundo cubo

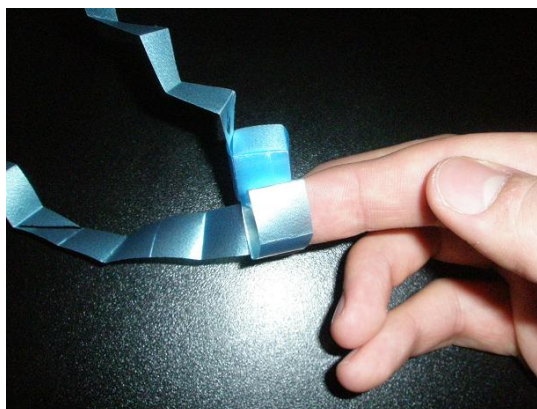
Para el segundo cubo doblamos “hacia arriba” en las posiciones 5 y 11. Nuestro anterior cubo queda, como avisábamos antes, a la izquierda y apoyado sobre la mesa. Los dobleces han de ser de nuevo marcados en forma de valle (eje tocando la mesa). La fotografía aclara mejor la posición de partida.



Y una vez que tenemos esto, todo es parecidísimo a lo que hacíamos para el primer cubo. Primero giramos para hacer cuatro paredes.



Ahora doblamos la cinta y la pasamos alrededor del cubo así...



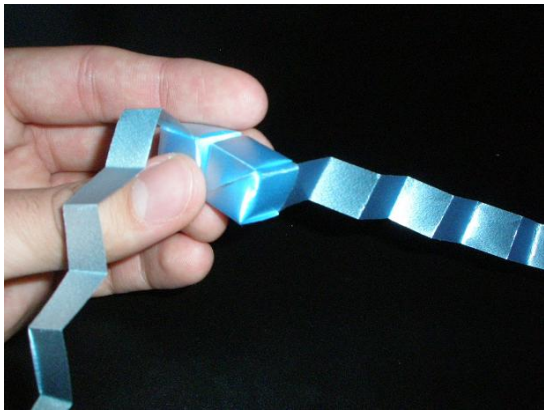
y así... hasta llegar al doblar diagonal.



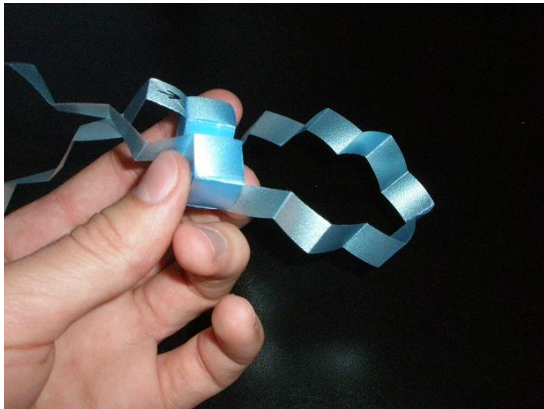
¡Y ahora a coser! Una vez...



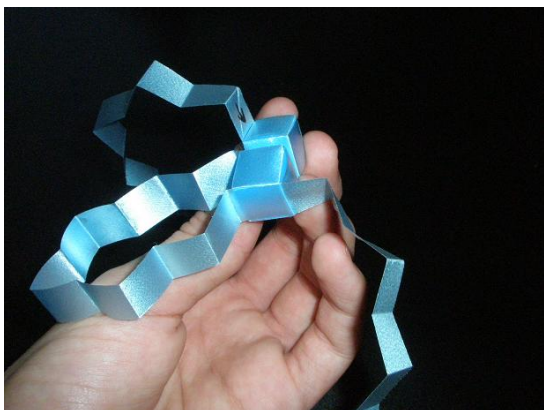
hasta el tope...



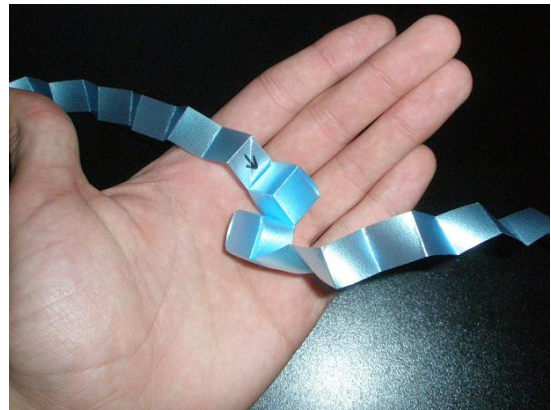
otra vez...



y otra...

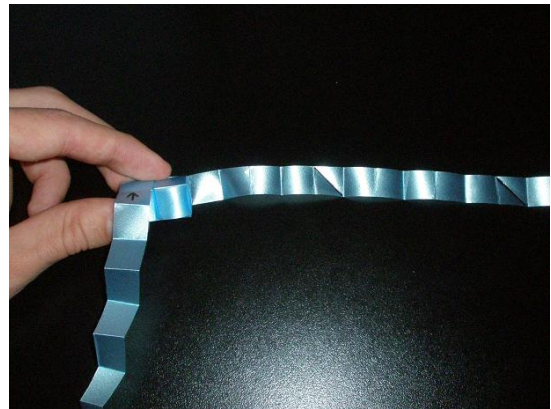


¡Y ya tenemos dos cubos!



### Tercer cubo

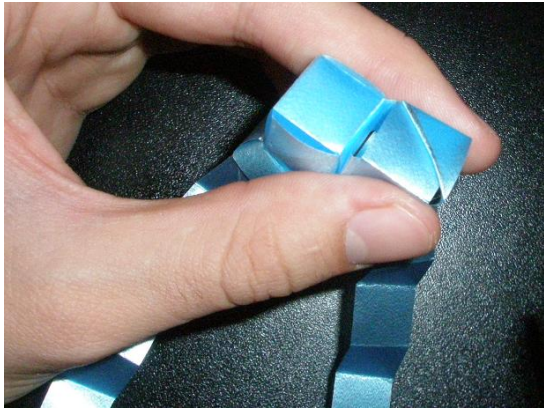
Para el tercer cubo doblamos “hacia abajo” en las posiciones 5 y 11. Los dobleces han de ser de nuevo marcados en forma de valle. Es decir...



Y otra vez lo mismo, primero hacemos 4 paredes



y luego damos la vuelta para completar el cubo.



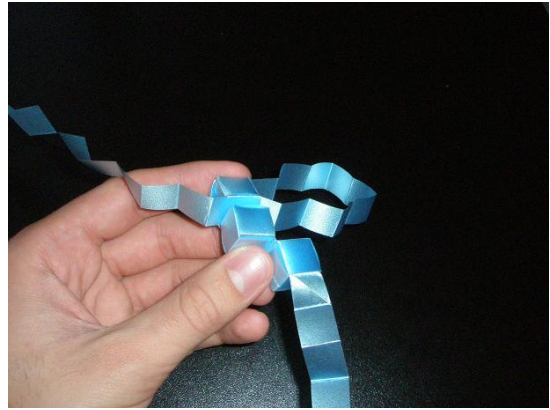
Por último cosemos



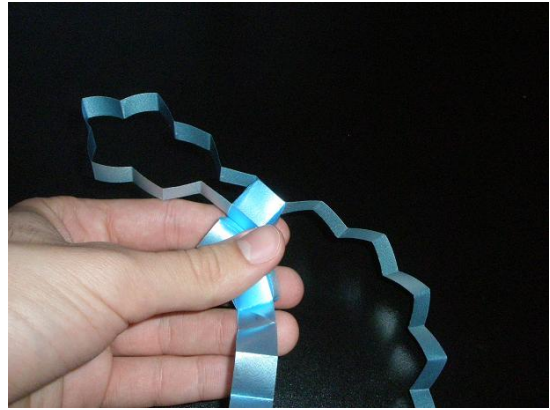
una vez...



dos...



y tres...



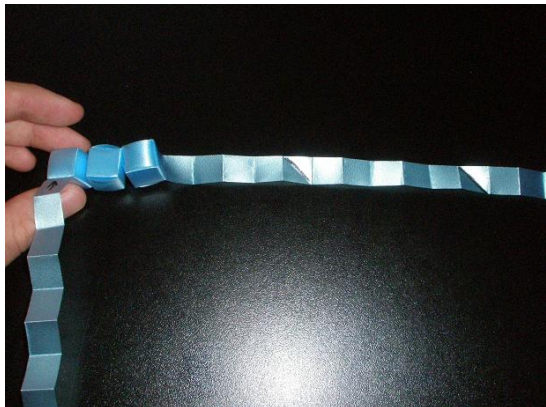
Y así es como tenemos ya ¡tres cubos!



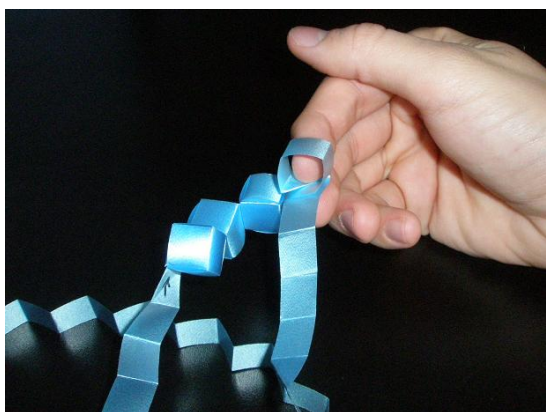
#### Cuarto cubo

Para el cuarto cubo doblamos de nuevo “hacia abajo” (ojo, que hasta ahora íbamos alternando) en las posiciones 5 y 11. Los dobleces han de ser marcados en forma de monte, es decir, “con el eje

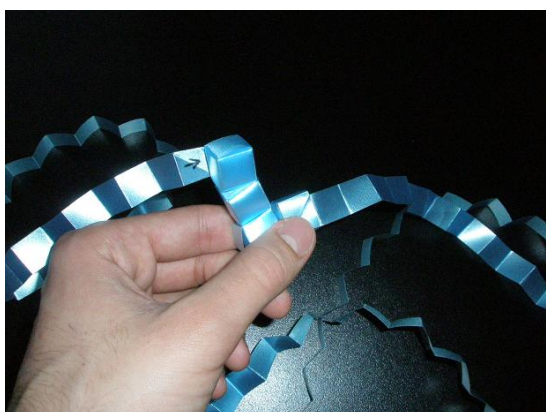
lejos de la mesa". Es la única vez que los dobles se harán en forma de monte.



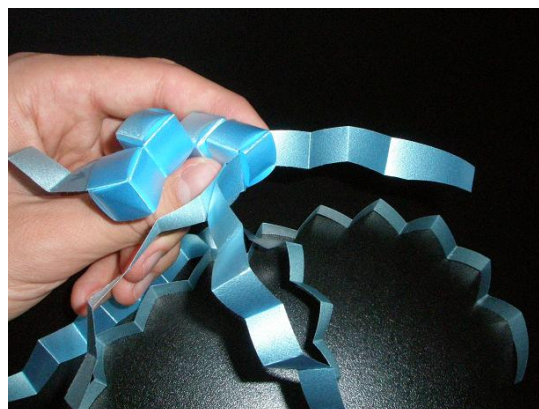
Ahora las primeras 4 paredes se hacen en el sentido contrario al habitual, así



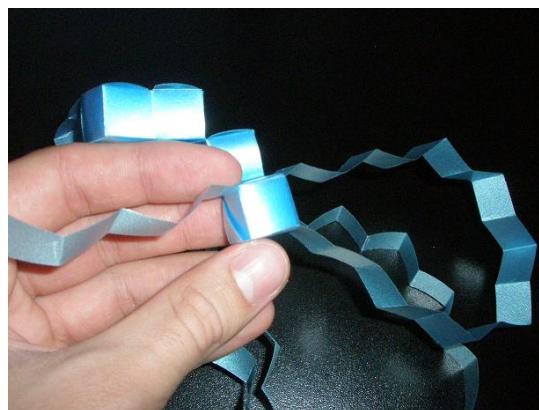
y se sigue, como siempre, primero rodeando hasta el dobléz en diagonal



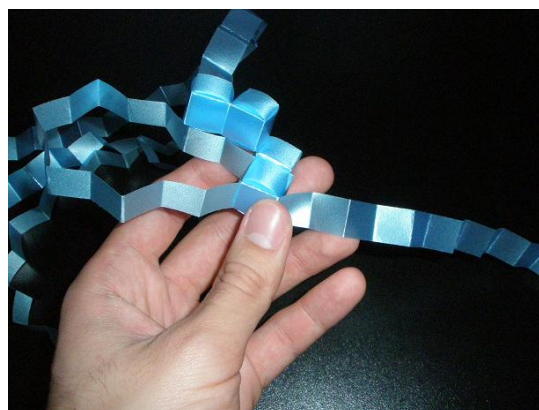
y luego cosiendo una



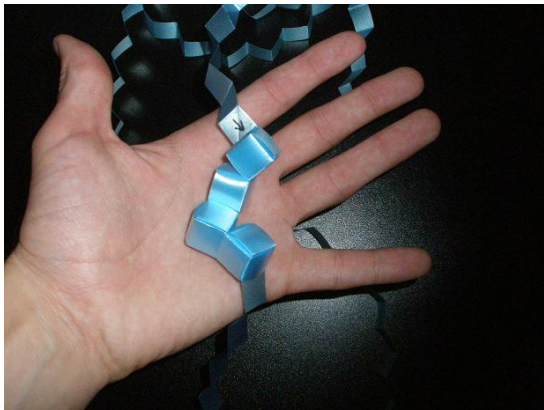
dos



y tres veces.

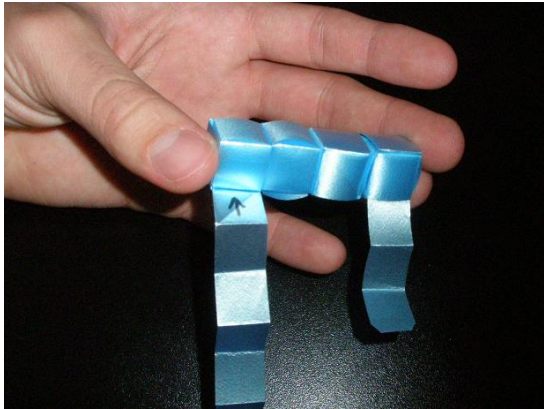


¡Ya tenemos cuatro cubos! ¡Medio flexicubo!

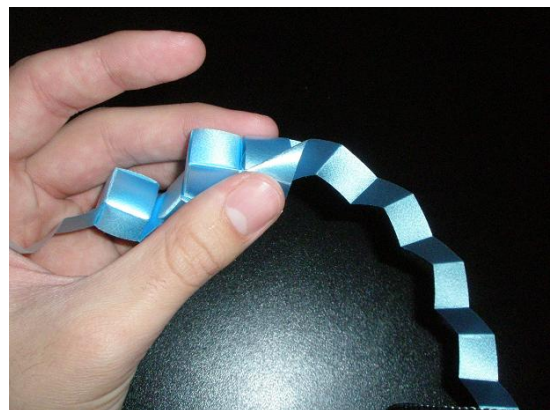


Toda la cinta que te sobre por este lado puedes cortarla excepto 3 cuadraditos que te servirán para cerrar el flexicubo al final. Conviene además que el tercero de los cuadraditos lo recortes un poco en las esquinas para que todo sea más fácil.

Y ahora otra vez como siempre. Se empieza haciendo las 4 primeras paredes siguiendo los dobleces



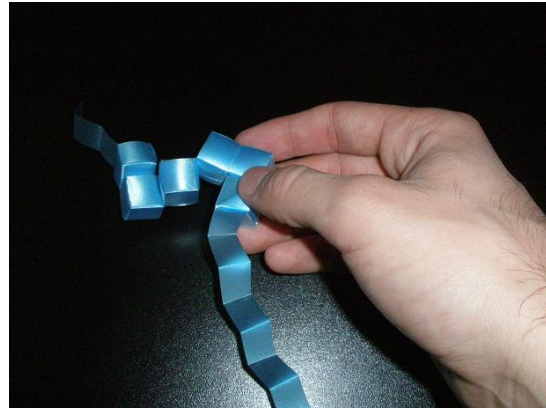
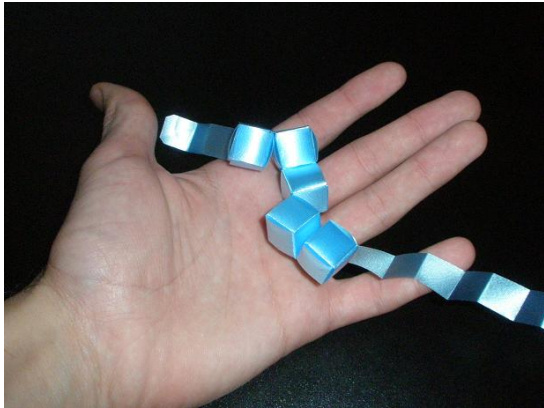
ahora el resto



### Quinto cubo

Para los 4 siguientes cubos, supondremos que la cinta está apoyada en la mesa en posición horizontal, con el cubo anterior a su derecha también apoyado sobre la mesa. El quinto cubo se comienza entonces doblando para abajo en las posiciones 5 y 11 y con los dobleces en forma de valle.

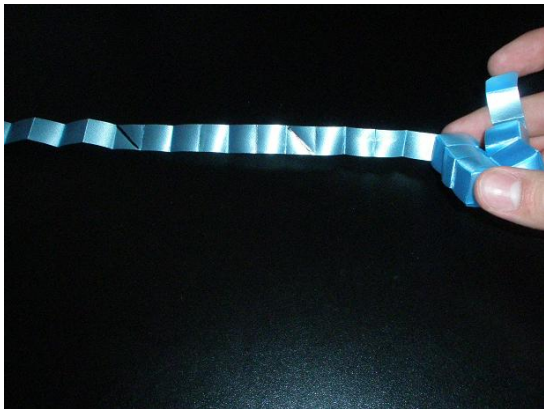
y se cose tres veces para tener finalmente ¡cinco cubos!



#### Sexto cubo

Para el sexto cubo doblamos “hacia arriba” en las posiciones 5 y 11. Los otros dobleces los marcamos en forma de valle.

y tras coser tres veces tenemos ¡seis cubos!



Y ahora, como siempre

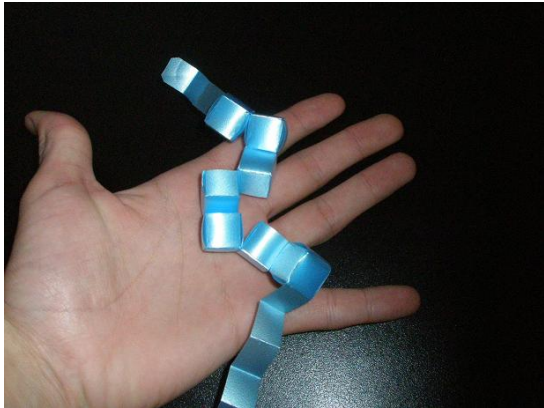
#### Séptimo cubo

Doblamos en las posiciones 5 y 11 “hacia abajo”. Los otros dobleces en forma de valle.



montamos el cubo

Tras el procedimiento habitual terminamos con ¡siete cubos!



#### Octavo cubo

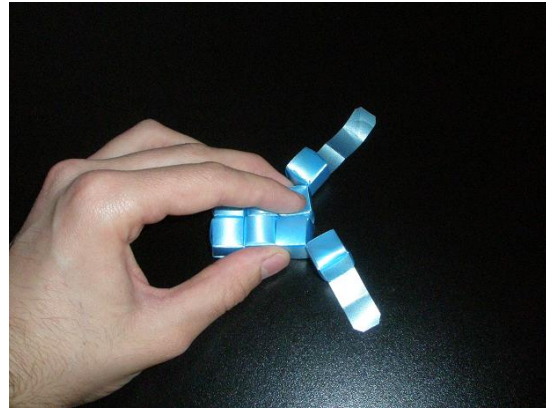
"Hacia abajo" y en forma de valle.



Repetimos lo de siempre y aunque parezca mentira... ¡Tenemos los 8 cubos!

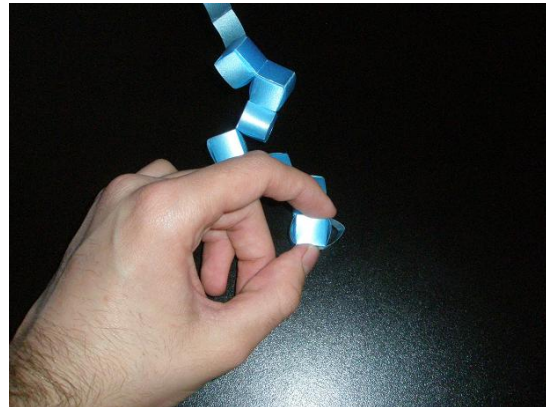


Cortamos toda la cinta que sobra menos dos cuadraditos, y recortamos un poco las esquinas en el extremo.



#### **4. Cerrando el flexicubo**

Sólo falta cerrar el flexicubo. Y es muy fácil. Los dos cuadraditos que acabamos de dejar en el segundo extremo los escondemos en el octavo cubito así



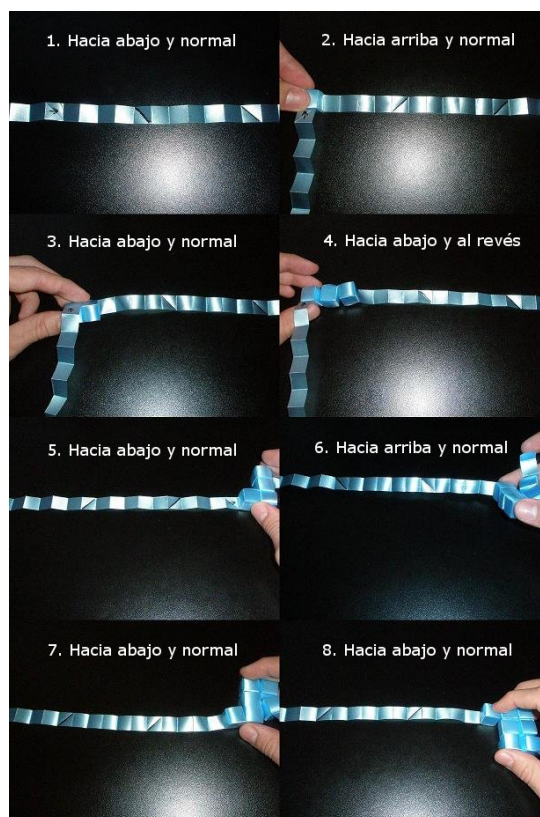
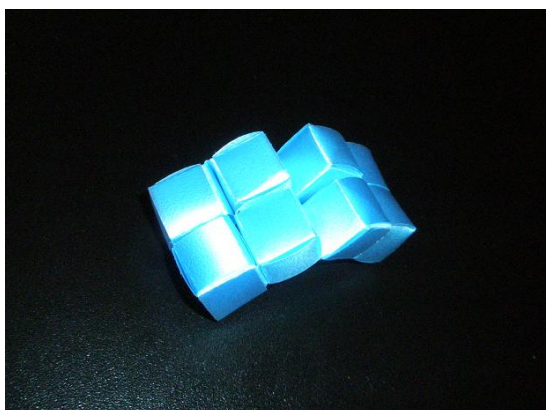
quedándonos sólo un extremo de cinta suelto que sale del cuarto cubo y que pasamos por el octavo cubo para cerrar como muestra la imagen



tras lo cual escondemos la cinta sobrante en el octavo cubo de igual manera que hemos hecho antes



¡Señoras y señores! ¡Un nuevo flexicubo acaba de nacer! ¡Disfrútalo!



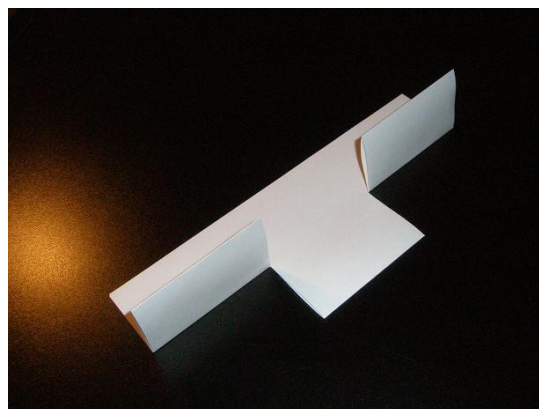
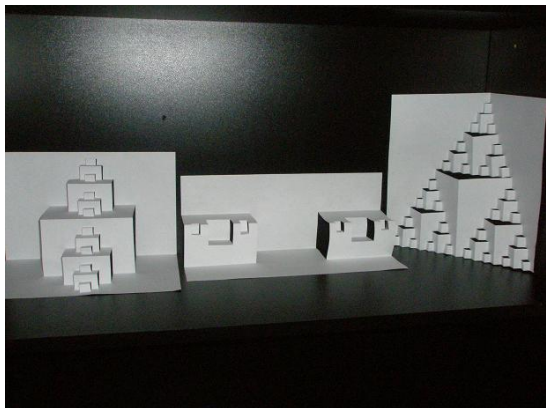
Texto y fotografías: Carlos Vinuesa.  
Agradecemos la colaboración de Sara Masquef.

## 5. Resumen

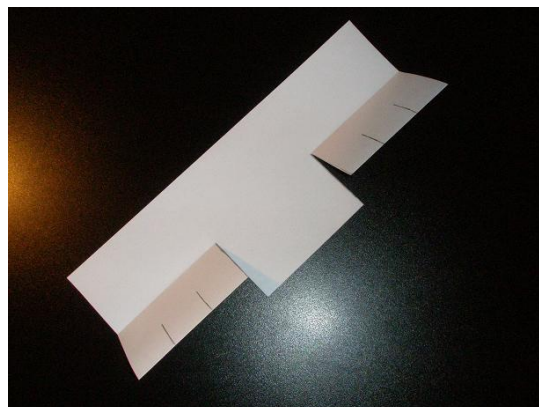
Como has observado, una vez entendida la mecánica, lo único que importa es la posición de partida antes de hacer cada cubo. Además, salvo en el cuarto cubo, en el que los dobleces se hacen en forma de monte, el resto de veces siempre se hacen en forma de valle. La siguiente imagen debería bastarte para construir los 8 cubos las siguientes veces que hagas un flexicubo. ¿O es que sólo te vas a hacer uno?



## Fractales de papel



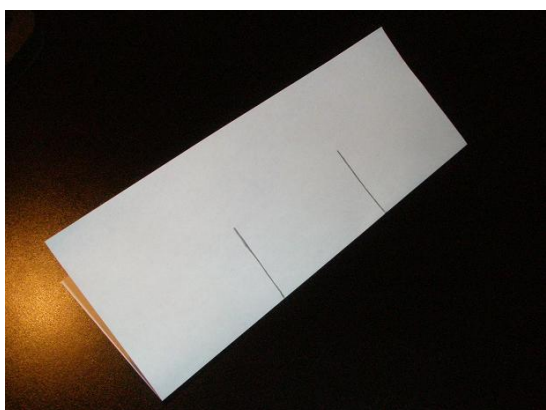
Volvemos a cortar en tercios hasta la mitad en cada uno de los lados...



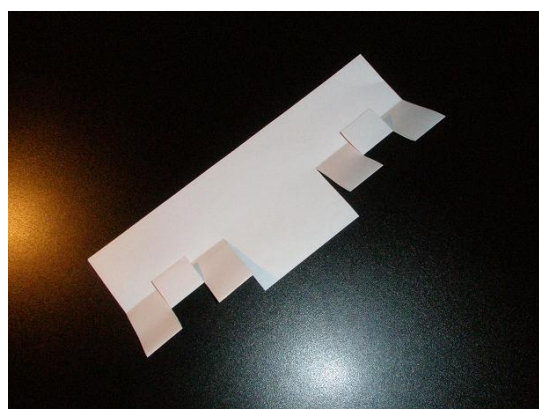
...y doblamos.

### 1. El Conjunto de Cantor

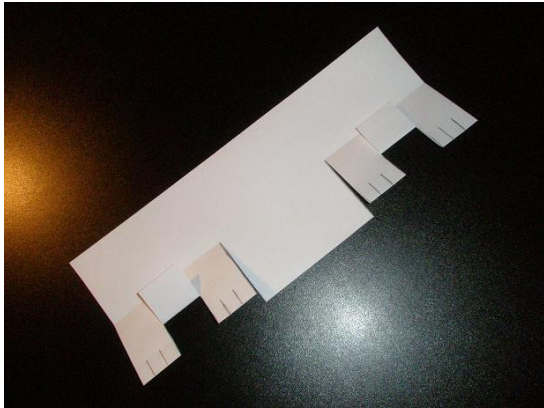
Para construir el modelo de papel del conjunto de Cantor comenzamos con una hoja de papel y la doblamos longitudinalmente. Dividimos la hoja a lo largo del doblado en tres partes iguales, haciendo dos cortes de longitud la mitad de lo que queda hasta el otro lado.



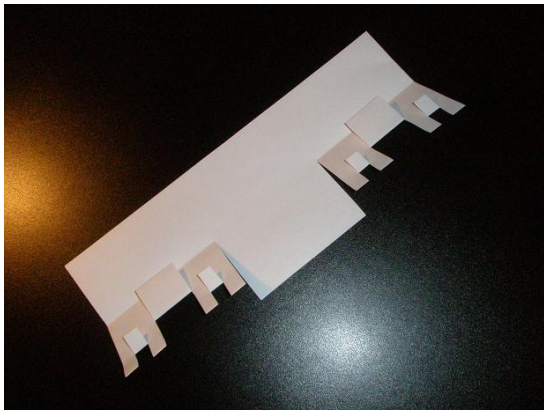
Marcamos los dobleces como se ve en la figura.



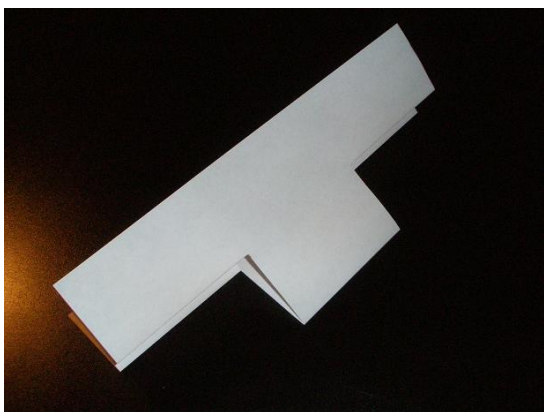
En cada una de las cuatro nuevas solapas, repetimos el procedimiento, cortar en tercios...



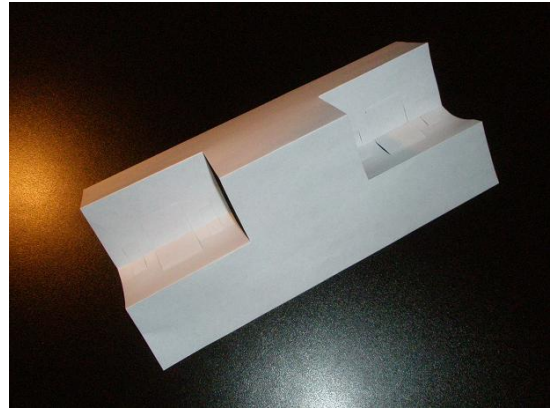
...y doblar.



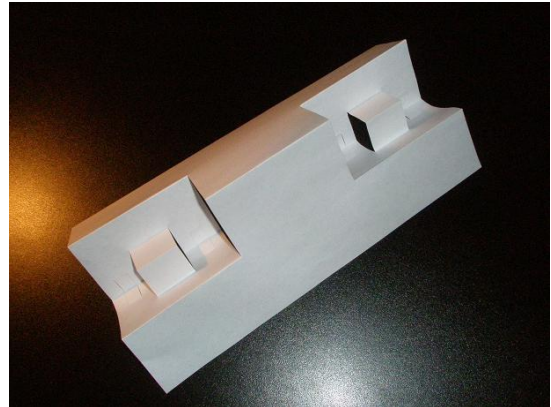
Y así hasta que nos cansemos (que en nuestro caso ha sido ¡ya!). Ahora sólo hay que ir orientando los dobleces en el sentido que nos interesa. Primero, “los dobleces más grandes” los metemos “para dentro” como muestra la figura.



Desde el otro lado se ve así.



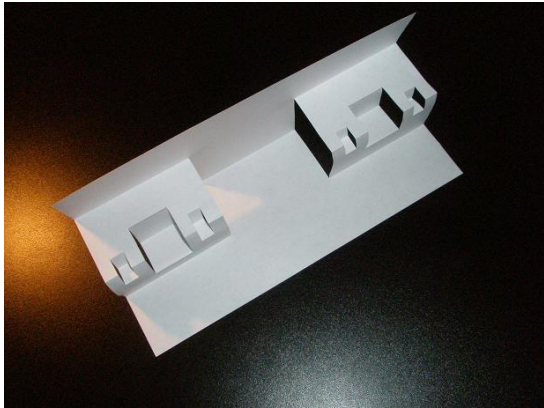
Los siguientes más grandes los doblamos en la dirección contraria.



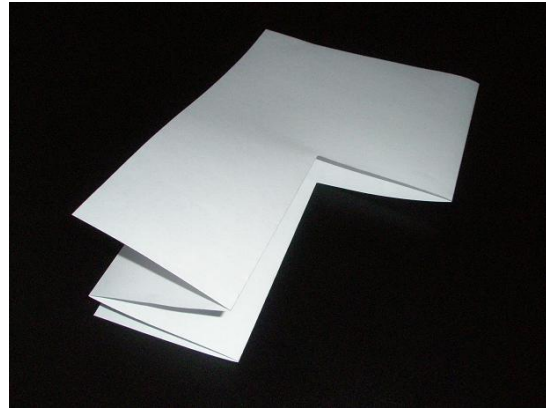
Y los otros también (y si tuviéramos más pues también...).



Así llegamos a nuestro modelo del conjunto de Cantor hasta la tercera iteración.



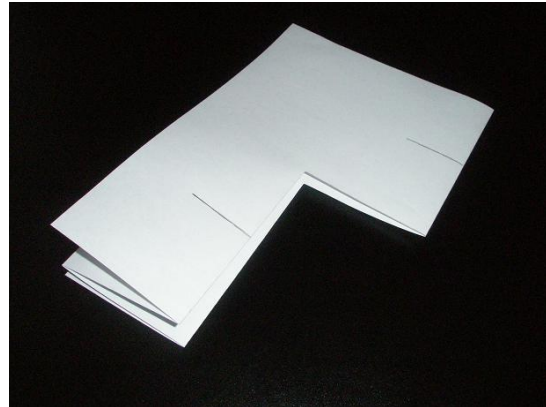
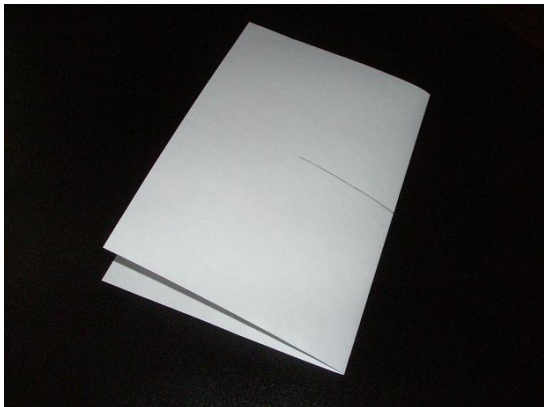
... y una vez marcado, lo metemos hacia dentro, como se ve en la figura, quedándonos una especie de escalera de dos peldaños.



## 2. El triángulo de Sierpinski

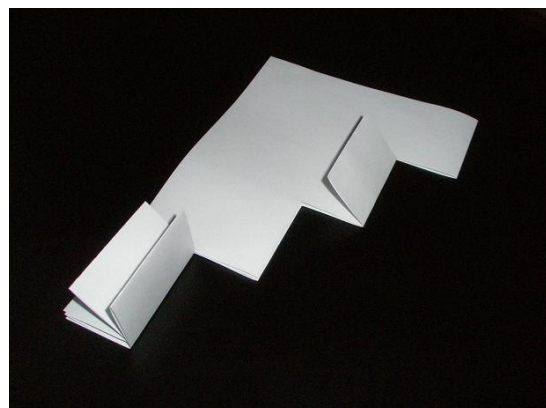
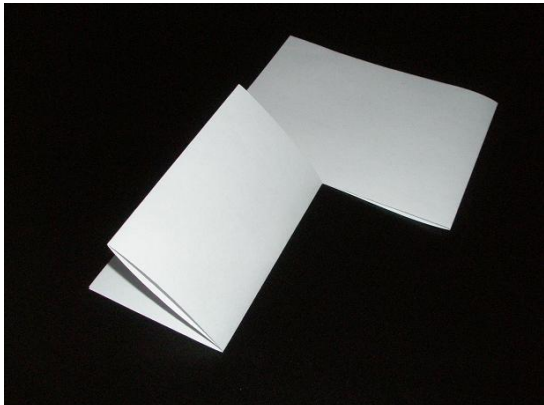
Para construir el modelo de papel del triángulo de Sierpinski, comenzamos con una hoja de papel y la doblamos transversalmente. Dividimos la hoja a lo largo del doblado en dos partes iguales, haciendo un corte de longitud la mitad de lo que queda hasta el otro lado.

En cada uno de los peldaños, repetimos la operación: corte al medio...

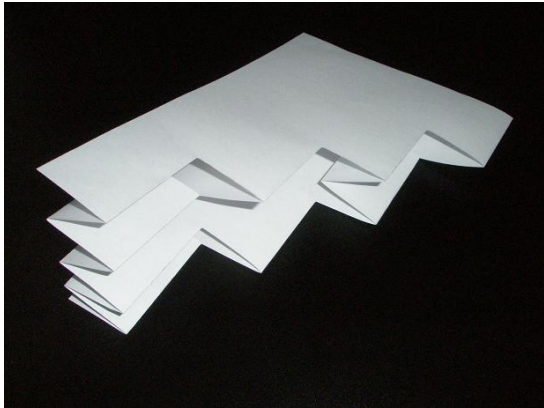


Doblamos una de las mitades para marcar el doblado...

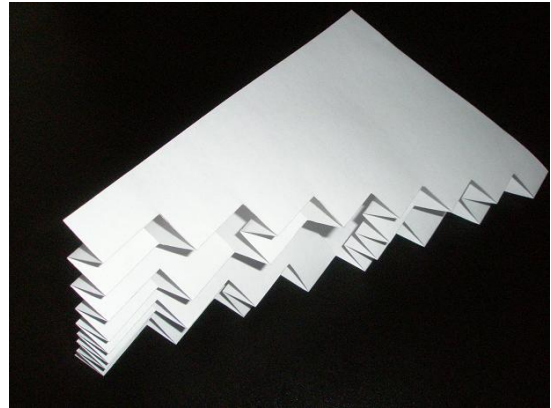
... marcar los dobleces...



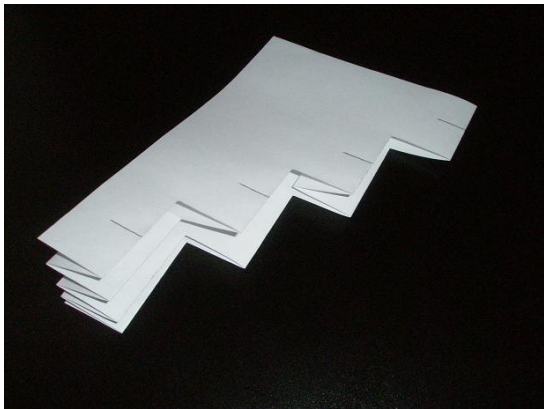
y meterlos hacia dentro.



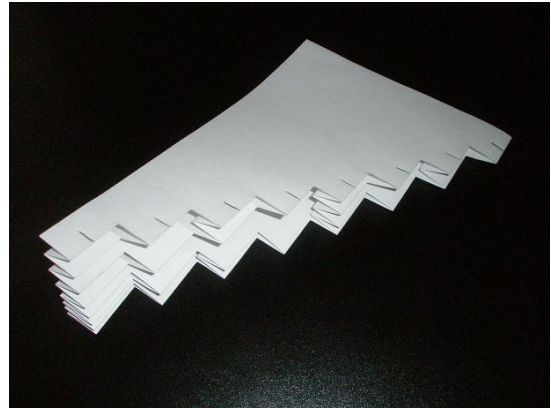
Y ahora lo mismo con cada uno de los 4 peldaños. Corte al medio...



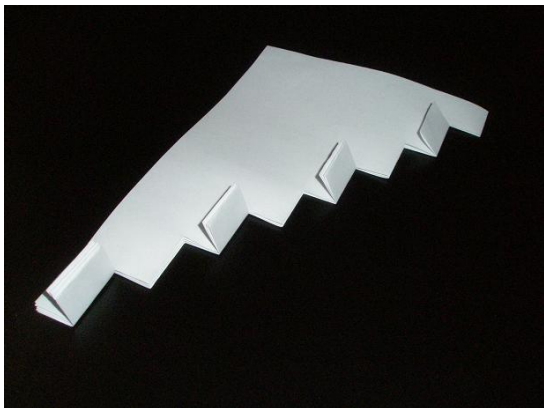
Venga, y una última vez. Cortar...



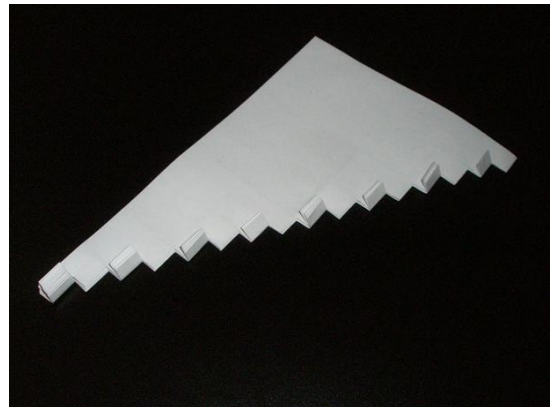
... marcar los dobleces...



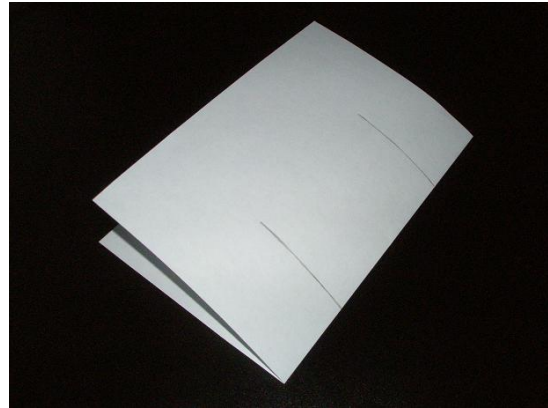
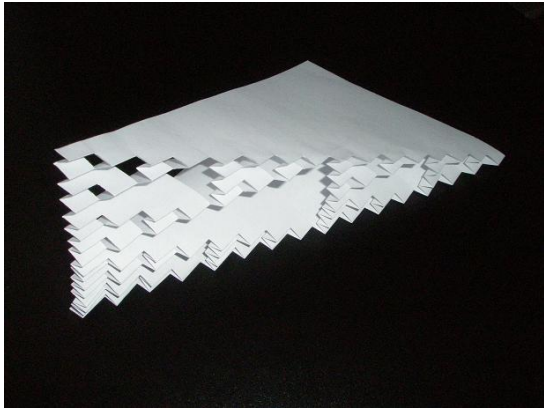
... marcar...



... y meterlos para dentro.

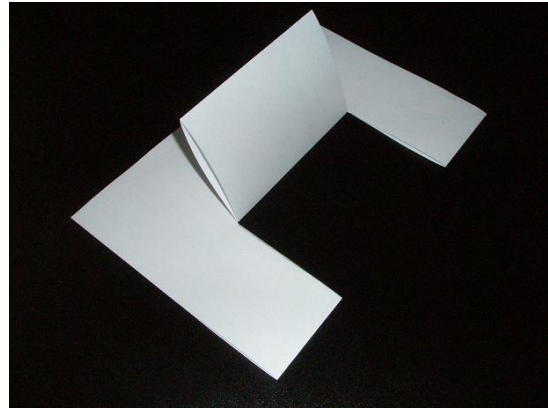


... y doblar hacia dentro.

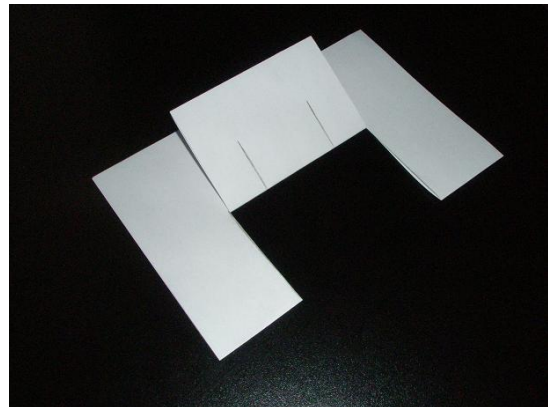


Doblamos, y sin desdoblar...

Y ya tienes tu triángulo de Sierpinski para poner en cualquier rincón.



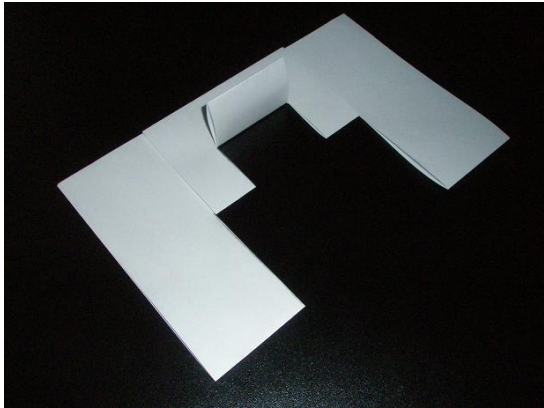
... cortamos en la nueva solapa a  $1/4$  y  $3/4$ .



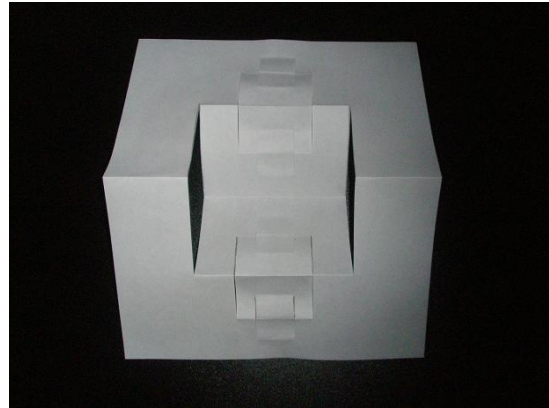
De nuevo doblamos...

### 3. Escalera

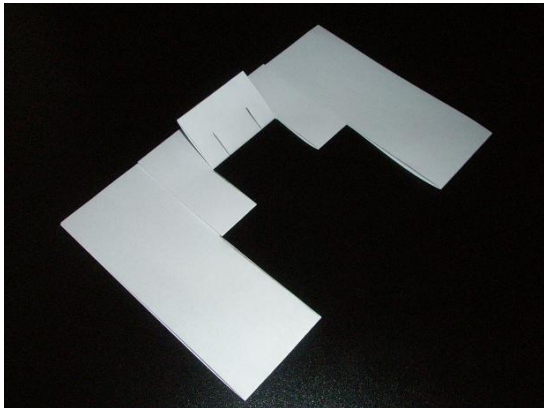
Para construir esta figura, comenzamos con una hoja de papel y la doblamos transversalmente. Dividimos la hoja a lo largo del doblado mediante dos cortes a  $1/4$  y  $3/4$  de la longitud del doblado, haciendo dos cortes de longitud la mitad de lo que queda hasta el otro lado.



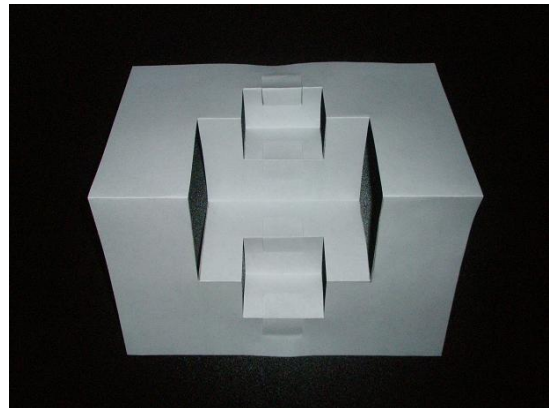
... y sin desdoblar cortamos a  $1/4$  y  $3/4$  en la nueva solapa.



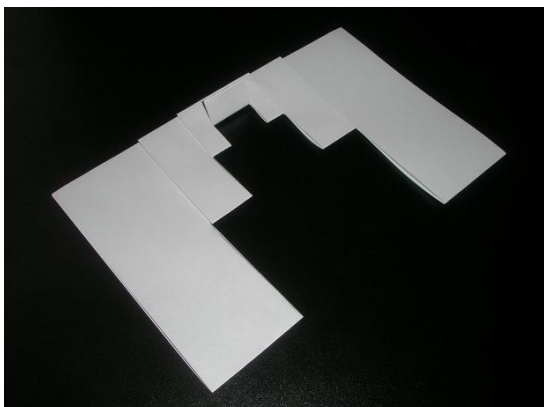
Ahora los dos siguientes hacia dentro.



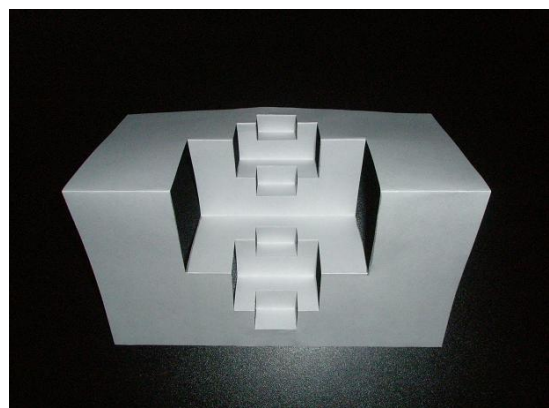
Y doblamos (si no te has cansado puedes seguir, ¡pero nosotros ya estamos hartos!) .



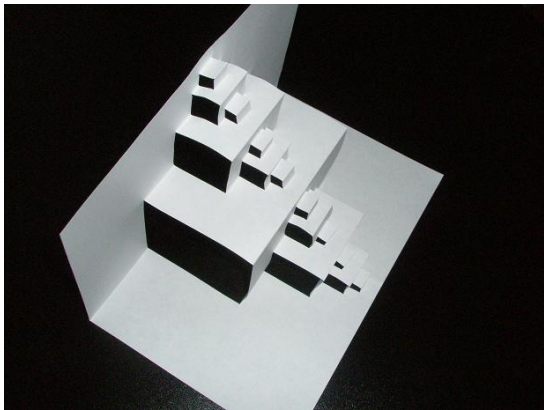
Y así con todos.



Ahora desdoblamos todo y vamos a orientar los dobleces, el más grande hacia dentro.



¡Y ya tienes construida esta preciosa escalera!



Texto y fotografías: Carlos Vinuesa.

Referencia:

<http://classes.yale.edu/fractals/Labs/PaperFoldingLab/PaperFoldingLab.html>.

Para saber más acerca del maravilloso mundo de los fractales y otros temas relacionados es muy recomendable el libro de Eliezer Brown, “CAOS, FRACTALES Y COSAS RARAS”, que se puede leer íntegramente en Internet en la siguiente dirección:

<http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen3/ciencia3/150/htm/caos.htm>