



La hoja volante

<http://www.uam.es/hojavolante>

Número 21. Enero 2011.

Y después ¿qué?

Tom Sanders

Tom Sanders es un investigador y profesor de Matemáticas en la Universidad de Cambridge. Sus principales investigaciones se centran en la teoría de los números, área en la que ha conseguido resultados espectaculares en los últimos tiempos. En estas líneas le conocemos un poco.

¿Cuándo empezaron a gustarte las matemáticas? ¿Recuerdas algún acontecimiento concreto que te marcara? ¿Por qué decidiste estudiar matemáticas?

No creo que hubiera ningún suceso particular despertara mi interés; he estado bastante interesado en las matemáticas desde siempre. Supongo que me gustaba la investigación científica en general pero mis aptitudes para los experimentos prácticos siempre fueron limitadas así que de un modo natural me dirigí hacia las matemáticas. Me gusta entender cómo funcionan las cosas, pero no estoy terriblemente interesado en las cosas específicas y las matemáticas se adaptan muy bien a esta perspectiva.

Háblanos un poco sobre tu carrera.

Mi carrera ha sido bastante estándar: vine a Cambridge como estudiante universitario hace 11 o 12 años y completé los diversos grados antes de obtener un puesto de investigación en el Christ's College. Entre tanto he viajado varias veces a las costas este y oeste (de los Estados Unidos) y también a Suecia. Viajar es algo para lo que esta carrera es particularmente adecuada, y los escasos requerimientos físicos hacen que siempre tengamos mucha más flexibilidad que en otros trabajos. Creo que esto es atractivo para alguna gente.

Si no fueras matemático, ¿qué serías?

¡Podría ser muchas cosas! Hay un montón de trabajos disitintos que creo que podrían gustarme, aunque no está claro el éxito que tendría en los mismos. A medida que pasa el tiempo, he llegado

a la conclusión de que pese a las diferencias externas, en el fondo hay muchos trabajos similares. Unos trabajos te dan más autonomía y otros tienen horarios más exigentes, pero habitualmente hay algo que entender y desarrollar, y esto siempre podría hacerse de manera matemática.

¿Cuáles son tus temas favoritos y por qué? Mientras que tus resultados son principalmente sobre la teoría de los números y tienen un sabor más combinatorio, normalmente empleas las herramientas y usas el lenguaje del análisis. Háblanos de eso. ¿Un matemático tiene que saber "de todo"?

Supongo que veo las matemáticas en dos partes: hay objetos que tratamos de estudiar, y luego están las herramientas con las que los estudiamos. Para mí, el análisis cae en el segundo bando mientras que la teoría de los números está en el primero. En sus orígenes supongo que la teoría de los números trataba de entender los números naturales del mismo modo que la física trata de entender el mundo real. Para hacerlo necesitamos herramientas y ahí es donde entra el análisis. Ahora mismo nuestro entendimiento de los números enteros es tan desastrosamente inadecuado que muchos argumentos en la teoría de los números tienen sólo un minúsculo ingrediente teórico. Debo decir que mi trabajo viene justo aquí: trato de transformar un problema en una pregunta de análisis tan pronto como puedo y resolverlo allí.

Esto lleva a la pregunta de mis áreas favoritas: podría decir que el análisis porque es el área que encuentro menos difícil de entender; sin embargo, podría decir que la teoría de los números porque me parece tan fundamental...; pero quizás la respuesta sea que el análisis funcional porque combina la dos fuentes principales de herramientas matemáticas, análisis y álgebra, en una potente colección de herramientas.



Tom Sanders

Centenario RSME

¡La Real Sociedad Matemática Española cumple 100 años!

El pasado 20 de enero, en el Paraninfo antiguo de la Universidad Complutense de Madrid, se celebró el acto de apertura del centenario, que presidieron el Ministro de Educación y el Secretario de Estado de Investigación, así como el rector de la Universidad Complutense de Madrid, el vicerrector de Innovación, Transferencia y Tecnología de la Universidad Autónoma de Madrid, el presidente de la RSME y la presidenta de la Comisión del Centenario (y ya no ponemos más que se nos hace más larga la mesa presidencial que la noticia...).

Además de las intervenciones de las autoridades, José Luis Fernández Pérez, gran matemático que además tuvo un papel importante en la reconstitución de la RSME en el año 1997, pronunció la lección breve "Olé las Matemáticas".



José Luis Fernández Pérez

Uno de los objetivos fundamentales de la RSME ha sido conectar los ámbitos de la enseñanza secundaria, la Universidad y la sociedad en general. Con ese mismo espíritu, se ha diseñado un amplio programa de actos que irán teniendo lugar a lo largo del año por todo el país. Entre ellos, el Congreso Bienal (del 1 al 5 de febrero en Ávila), el Congreso de Jóvenes Investigadores (del 5 al 9 de septiembre en Soria), coloquios, jornadas científicas, encuentros de estudiantes o exposiciones.

Toda la información en:

<http://www.rsme.es/centenario/>

¿Cómo es la vida de un investigador? ¿Cómo te enfrentas a un problema? ¿Cómo encuentras uno?

No estoy seguro de saber cómo es la vida de un investigador típico pero por mi parte me aproximo de un modo bastante informal. Tengo una colección de problemas que me interesan y pienso en ellos de cuando en cuando. Ocasionalmente leo un *paper* del arXiv (un archivo para borradores electrónicos de artículos científicos al cual se puede acceder a través de Internet) o en una revista y trato de sacar nuevas ideas. Entonces trato de integrar esas ideas en mi entendimiento y normalmente llego a la conclusión de que son realmente ideas que ya conocía con otros disfraces. En las raras ocasiones en que las ideas son realmente nuevas intento entender qué pueden hacer de lo que no pudiera hacer antes. Tras mucho de eso a veces encuentro que puedo aplicarlas a algunas de las preguntas en las que estoy interesado.

Como todos los matemáticos, estarás cansado de escuchar "¿y eso para qué vale?". ¿Qué respondes? ¿Cuál es tu idea de las matemáticas (son un trabajo, una herramienta, un arte...)?

Sí, creo que a todos nos han hecho esa pregunta alguna vez. No estoy seguro de la naturaleza del conocimiento. Ciertamente creo que gran parte de las matemáticas es útil para algunas partes de las ciencias, pero mi trabajo no es particularmente cercano a esto. Supongo que la informática debería desarrollar y proveer aplicaciones para las cosas sobre las que pienso, pero es algo que no me preocupa. En general, pienso que la pregunta "¿para qué sirve esto?" es una mala



El Departamento de Matemáticas de la Universidad de Cambridge

pregunta porque frecuentemente viene acompañada de la lógica incorrecta de que si no es útil entonces no debería hacerse. Creo que uno podría defender razonablemente las matemáticas puras como un arte, pero no es una posición que yo haya tomado nunca. También podría decir que ayuda a las matemáticas aplicadas, que sí que son útiles, pero nunca he visto una prueba "no anecdótica" de eso. Personalmente pienso que fomenta una forma de pensar muy buena y que quizás el hecho de que se haga es más importante que el resultado final. Realmente no lo sé, pero cuando me hacen esta pregunta normalmente me río de ella.

¿Cómo ves el presente y el futuro, tuyo y de las matemáticas?

El futuro de las matemáticas es una cuestión interesante. A corto plazo pienso que seguirá más o menos como ha hecho, con un incremento de la participación de los ordenadores. En mi área he notado una gran cantidad de repetición de trabajo desde mediados del siglo XX, lo que sugiere que hay suficiente volumen de trabajo y que tenemos que empezar a pensar cómo administrarlo. Pienso que esto excluirá el trabajo no asistido por ordenador e imagino que la parte humana de las matemáticas (y de la ciencia en general) se convertirá más en un deporte. Menos descabelladamente, sobre mí personalmente imagino que continuaré con las matemáticas durante un tiempo. Cada vez más, la gente en estos días tiene más de una carrera en su vida y ciertamente no quiero limitarme a una, así que supongo que el algún momento otra cosa me fascinará y lo haré.

Muchas gracias, Tom, un placer hablar contigo.

¿Sabías qué...?

Las emisoras clandestinas y la teoría del GPS

Imagina que tuvieras un aparato receptor de ondas de radio con antena orientable que permite no sólo captar las ondas de radio sino determinar la dirección en la que está el lugar de donde proceden. Si te ha parecido liosa la explicación, espera a oír el nombre: radiogoniómetro! Pues eso, imagina que tuvieras un radiogoniómetro y hubiera una emisora de radio clandestina en tu ciudad ¿cómo podrías determinar desde dónde están emitiendo? En efecto, bastaría con que fueras a dos lugares distintos y midieras la dirección desde la que viene la emisión en cada uno de ellos. Si marcas cada uno de esos dos puntos en un plano y trazas las líneas con las direcciones obtenidas se cortarán en un punto ¡el lugar desde donde se realiza la emisión! Bueno, lo de dos puntos es en teoría, porque la imprecisión de las mediciones haría que el punto de intersección no fuera muy exacto y por eso quizá convendría que hicieras 3 o más y acotarás así la zona.

Vale, ahora imagínate la siguiente situación, más absurda todavía (Ah... ¿Que la primera no te había parecido absurda? ¿Así que eres tú el que sale los fines de semana a descubrir emisoras clandestinas?). Imaginemos que los emisores clandestinos te han secuestrado y te han llevado con ellos a la guarida desde la que emiten. Ahora te gustaría saber dónde te encuentras (para mandar un SMS a alguien y que venga a buscarte). E imaginemos que tuvieras un aparato que "fuera al revés" que el radiogoniómetro, esto es, que te permitiera medir

la distancia desde la que se está emitiendo algo, pero no la dirección en la que está el lugar desde donde se emite. ¿Cómo podrías determinar dónde te encuentras? En efecto, bastaría con que midieras la distancia a tres puntos conocidos (¿por qué no tus tres emisoras de radio favoritas?) para saber que te encuentras en la intersección de tres circunferencias, con centros en esos puntos y radios iguales a las respectivas distancias. ¿Y por qué tres? Muy sencillo, dos circunferencias se intersecan en dos puntos (salvo que tengas la suerte de que las circunferencias sean tangentes, pero si te han secuestrado unos emisores clandestinos no pareces la típica persona con suerte). La tercera circunferencia (siempre que su centro no esté en la línea que une los centros de las otras dos, pero no creo que tus tres emisoras favoritas estén alineadas), intersecará con las otras dos en un sólo punto. De nuevo, por aquello de los errores, cuantas más mediciones hagas, mejor, pero teóricamente valdría con 3.

Pues bien, los sistemas de navegación, tan populares hoy en día, funcionan "esencialmente" (en esta esquinita que queda no podemos dar muchos más detalles) con la misma idea en 3 dimensiones. Varios satélites (unos 24) rodean la Tierra y con nuestro receptor sabemos a qué distancia se encuentran los que vemos (normalmente vemos unos 8 o 10, así que no hay problema). La curiosidad es que teóricamente sólo necesitaríamos 3 satélites, pues aunque tres esferas se cortan en dos puntos, ¡sólo hay uno de ellos sobre la superficie de la Tierra, que es la cuarta esfera que necesitábamos!

Instrumentos científicos

del Colegio de la Inmaculada de Gijón

Los alumnos del Colegio de la Inmaculada de Gijón han trabajado en los últimos años en un proyecto de organización y datación de valiosos instrumentos científicos antiguos.



Con el resultado del trabajo, han realizado una página web, en la que se describen en detalle más de 150 instrumentos científicos antiguos, con casi 300 fotografías y vídeos realizados por ellos mismos (en los casos posibles, los instrumentos se hacen funcionar).

La dirección para que podáis disfrutar de todo es: <http://www.colegioinmaculada.es/laboratorio/>

En el acertijillo anterior...

... te retábamos a calcular la velocidad a la que había que recorrer la otra mitad de una etapa si en la primera mitad habíamos hecho una media de 25 km/h y en total queríamos hacer una media de 50 km/h.

La respuesta era que no podíamos hacer una media de 50 km/h, pues para ello ¡sería necesario ir a velocidad infinita! Una forma sencilla de pensarlo es que dada la longitud de la etapa, x km, y la media que queremos sacar, 50 km/h, el tiempo que tardaremos a terminar la etapa ya está fijado: $x/50$ h. Si hemos recorrido $x/2$ km a 25 km/h de media, llevamos $x/50$ h. ¡Tendríamos que haber llegado ya!

Enhorabuena a Carlos García Ramón, Gonzalo Camacho y Alejandro Álvarez que ya sabían todo esto.

El acertijillo

Si te preguntáramos que cómo partes en dos mitades de igual superficie una tarta de forma rectangular o circular de la que un amigo tuyo se ha comido un trozo rectangular o circular, posiblemente dirías que es muy fácil, la cortas en horizontal y ya está.



Muy bien, muy listo... Pero ¿y si la tarta tiene dos capas, una de chocolate y otra de fresa y quieres que las dos mitades tengan la misma cantidad de las dos capas?

Respuestas a hojavolante@uam.es

¡Tenez!

Las puntuaciones en el tenis y los "timos" de la base 60



Alguna vez te has preguntado por qué son "tan raras" las puntuaciones y expresiones que se utilizan en el tenis?

Como primera curiosidad, la palabra tenis viene del francés *tenez* que quiere decir "ahí va" y es lo que decían los jugadores al golpear la pelota.

En cuanto a las puntuaciones, originalmente parece que se contaba de 15 en 15 y que un juego se ganaba a los 60 puntos: 15, 30, 45 y juego. Pero con el tiempo, en lugar de decir "cuarenta y cinco" la gente comenzó a decir "cuarenta" para acortar y quedó fijada la expresión.

¿Y por qué 60 puntos? Puede que el origen también sea francés, pues en la Edad Media el 60 era un número clave en Francia. ¡Con decir que setenta en francés se dice *soixante-dix* (que literalmente es "sesenta y diez")! Y en aquella época, en la que la mayoría de los deportes se jugaban por dinero (¿o es que creías que acabamos de inventar las apuestas deportivas? ¡Las apuestas deportivas son más antiguas que el deporte! Más o menos...), había leyes que prohibían apostar más de 60 *deniers* (una moneda de la época).

De hecho, aún nos quedan vestigios de lo importante que fue el número 60 en el pasado, al igual que hoy lo es el 100

(Si consideras que hoy en día el 100 no es importante, piénsalo en euros: 60 euros son 10.000 pesetas que era lo que más molaba antes, ahora mola más un billetito verde. Sí, ya que lo piensas, 500 debe ser un número imaginario o algo así...). Los vestigios más importantes son los que han quedado en la medición del tiempo y de los ángulos.

Obsérvese que en los dos casos, el número 60 es importante pero no es exacto del todo decir que el tiempo y los ángulos se escriban en base 60. En ambos hay un "megamix" bastante simpático. En el tiempo se usa el sistema sexagesimal para los minutos y los segundos, pero se usa el decimal para las décimas y centésimas de segundo o cuando decimos cosas como 72 horas, en lugar de 1 12 horas que sería lo correcto en base 60. Igualmente, en los ángulos 360 grados tendrían que ser 6 0 grados, por ejemplo. De hecho, si nos fijamos, el mejor ejemplo de esta mezcla del 60 con otros números lo vemos cada día ¡en cualquier reloj de agujas!

La próxima vez que alguien nos diga que el tiempo y los ángulos se cuentan en base 60, ya sabemos qué decirle: Sí, pero...

¿Qué tiene de importante el 60 entonces? Los antiguos... ¡los antiguos en general! consideraban que los únicos números genuinos eran los números enteros. Los números hoy llamados



En un reloj están muy presentes tanto el 12 como el 60

racionales, para ellos eran como de segunda categoría, "cocientes de enteros". El número 60 tiene la ventaja de tener muchos divisores (1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60), lo que entre otras cosas facilita el cálculo con fracciones. Observemos que, de hecho, 60 es el número más pequeño que es divisible por 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Convencerte de esto debería ser muy fácil si te suenan las palabras "mínimo común múltiplo".

Pues bien, los babilonios dividieron la circunferencia en 360 arcos iguales, los llamaron grados y asignaron un Dios a cada uno de ellos. También colocaron las 12 constelaciones del zodiaco en el círculo, abarcando cada una 30 grados (y por tanto 30 dioses). De hecho, implantaron un sistema religioso muy estricto que precisaba que los ángulos fueran construidos mediante regla no graduada y compás y defendía que el universo había sido creado con ese método de construcción geométrica. Esto también "cojea", sobre todo desde

En el problema anterior...

... preguntábamos cuál era la mejor forma para separar todas las onzas de una tableta de $m \times n$ onzas, haciendo cortes rectos y sin coger varios trozos a la vez y partirlos juntos, y cuántos cortes había que hacer.

La sorprendente respuesta es que da igual la forma en que hagas los cortes, siempre harás exactamente $n \times m - 1$ cortes, que no sólo es el mínimo número de cortes sino también el máximo. El modo más elegante de demostrar esto es, sin duda, la observación de que en cada corte dividimos la tableta en un trozo más. Como queremos terminar con $n \times m$ trozos, tendremos que hacer un corte menos.

Enhorabuena a Carlos García Ramón, Mónica Vallejo y Alejandro Álvarez por sus respuestas.

El problema

En la recepción de un hotel (bastante grande) hay 10.000 llaves numeradas con un cartelito (que por un lado lleva el número y por el otro está en blanco) del 1 al 10.000.



El recepcionista, que se aburre bastante, realiza el siguiente procedimiento:

1. Coloca todos los cartelitos de manera que muestren su número.
2. Voltea los cartelitos pares.
3. Voltea los cartelitos múltiplos de tres (independientemente del sentido en el que estuvieran; simplemente da la vuelta a uno de cada tres)
4. Voltea los cartelitos múltiplos de 4.
- ...
- 10.000. Voltea el cartelito 10.000.

¿Cuánto suman los números de los cartelitos que lo muestran al final?

Respuestas a hojavolante@uam.es

que el gran Gauss iniciara con su construcción del heptadecágono regular la teoría de polígonos constructibles, que nos dice que un polígono regular es constructible con regla y compás si y sólo si su número de lados es una potencia de 2 multiplicada por primos de Fermat (un primo de Fermat es un primo que sea una unidad mayor que 2 elevado a una potencia de 2). Eso significa que los únicos n -ángulos constructibles con n menor o igual que 360 son los que tienen 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 48, 51, 60, 64, 68, 80, 85, 96, 102, 120, 128, 136, 160, 170, 192, 204, 240, 255, 256, 257, 272, 320 y 340 lados. En particular es imposible hacer el polígono de 360 lados, es decir, determinar lo que ocupa un grado.

𐎗 1	𐎗𐎗 11	𐎗𐎗𐎗 21	𐎗𐎗𐎗𐎗 31	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 41	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 51
𐎗 2	𐎗𐎗 12	𐎗𐎗𐎗 22	𐎗𐎗𐎗𐎗 32	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 42	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 52
𐎗𐎗 3	𐎗𐎗𐎗 13	𐎗𐎗𐎗𐎗 23	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 33	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 43	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 53
𐎗 4	𐎗𐎗 14	𐎗𐎗𐎗 24	𐎗𐎗𐎗𐎗 34	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 44	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 54
𐎗 5	𐎗𐎗 15	𐎗𐎗𐎗 25	𐎗𐎗𐎗𐎗 35	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 45	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 55
𐎗𐎗 6	𐎗𐎗𐎗 16	𐎗𐎗𐎗𐎗 26	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 36	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 46	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 56
𐎗 7	𐎗𐎗 17	𐎗𐎗𐎗 27	𐎗𐎗𐎗𐎗 37	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 47	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 57
𐎗𐎗 8	𐎗𐎗𐎗 18	𐎗𐎗𐎗𐎗 28	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 38	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 48	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 58
𐎗 9	𐎗𐎗 19	𐎗𐎗𐎗 29	𐎗𐎗𐎗𐎗 39	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 49	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 59
𐎗 10	𐎗𐎗 20	𐎗𐎗𐎗 30	𐎗𐎗𐎗𐎗 40	𐎗𐎗𐎗𐎗𐎗 50	

Las cifras babilonias

Como dato curioso, el sistema posicional de base 60 de los babilonios también contiene vestigios de un sistema de base 10. Y si no, mirad cómo eran las 59 cifras que usaban (el cero, en principio era un espacio en blanco).

Pero estábamos hablando del tenis y de sus peculiares expresiones, ¿no? ¿Qué hay de los orígenes de las palabras *love* y *deuce*? La última deriva del francés *a deux du jeu* ("a dos puntos del juego"). En inglés se acortó primero a *a deus* y luego a *deuce*. Es dudosa la veracidad de que *love* provenga de la expresión francesa para el huevo, *l'oeuf*, a pesar de lo que cuadraría la cosa... Una explicación más probable es que venga del *lof* holandés/flamenco que significa honor. En los tiempos en que se usaba la expresión, Inglaterra recibía gran cantidad de inmigrantes de los países bajos debido al protestantismo entrante. Teniendo en cuenta que se jugaba por dinero, si un jugador no anotaba puntos, se podría decir que jugó por el honor...



Matemáticas en la Residencia

El día 25 de febrero a las 19:30 en la Residencia de Estudiantes (<http://www.residencia.csic.es/>, metros Gregorio Marañón y República Argentina), dentro del ciclo "Matemáticas en la Residencia", el escritor y matemático Guillermo Martínez (<http://www.guillermo-martinez.net/>) impartirá la conferencia "Series lógicas y crímenes en serie". A partir del cuento "La muerte y la brújula", de Jorge Luis Borges, se introducirá el tema de las series lógicas y las posibles maneras de continuarlas. Se explicará la paradoja de las reglas finitas de Wittgenstein y se expondrán varias conclusiones, en relación a los relatos de crímenes en serie, a los tests de inteligencia, al aprendizaje de una norma, a la cuestión de espíritu y letra de la ley, a la definición del azar o a la búsqueda de una lengua perfecta. La presentadora será la escritora y periodista Rosa Montero.



Guillermo Martínez