"No llego a entender cómo, siendo los niños tan listos, los adultos son tan tontos. Debe ser fruto de la educación."
Alejandro Dumas Jr.

La hoja volante

http://www.uam.es/hojavolante

Número 12. Mayo 2007

La revolución del espagueti

por Marianne Freiberger

Este artículo apareció el 6 de septiembre de 2005 en Plus Magazine (http://plus.maths.org). La Hoja volante agradece a Marianne Freiberger y a los responsables del Millennium Mathematics Project de la Universidad de Cambridge la autorización para publicar su traducción al castellano.

¿Por qué un espagueti seco no se parte en dos, sino en tres, cuatro y a veces incluso en diez trozos cuando lo curvamos? Este misterio ha preocupado a muchas grandes mentes, incluida la del Premio Nobel Richard Feynman, desde los inicios de la historia de la pasta. Y ahora ha sido finalmente explicado por los físicos Basile Audoly y Sébastien Neukirch del Laboratoire de Modélisation en Mécanique de la Universidad Pierre et Marie Curie de París (Francia).

Cuando coges un espagueti seco por ambos lados y empiezas a curvarlo, incrementas su curvatura. Una vez que la curvatura es demasiada para el espagueti, éste se rompe por su punto más débil. La ruptura inicial transmite la curvatura por medio de ondas a las dos mitades, haciendo que éstas se muevan hacia delante y hacia atrás. Intuitivamente, podrías pensar que estas ondas van haciéndose más flojas y poco a poco desaparecen, hasta que las dos mitades del espagueti vuelven a su estado normal. Pero, de acuerdo con Audoly y Neukirch, sucede exactamente lo contrario.

Para modelar la ruptura del espagueti, utilizaron una ecuación diferencial que fue desarrollada por Gustav Kirchhoff en 1850. La cantidad desconocida de esta ecuación es la curvatura que tienen las dos mitades después de la primera ruptura. Cuando encontraron la solución, Audoly y Neukirch se dieron cuenta de que más que reducirse y desaparecer, la curvatura se incrementa en algunos puntos de las dos mitades, causando un número indeterminado de rupturas en los puntos débiles del espagueti. Estas rupturas mandan a su vez sus propias ondas, empezando así una reacción en cadena, que lleva a una avalancha de rupturas.

Esta investigación puede ser un poco ofensiva para los amantes de la pasta -al fin y al cabo, ¿quién quiere comer espaguetis cortos?- pero tiene una serie de aplicaciones importantes en otros terrenos. Las vigas, largas y finas cual espagueti, son frecuentemente utilizadas por la naturaleza y por el hombre para dar soporte a estructuras más pesadas; piensa por ejemplo en las patas de las arañas o en las construcciones de acero que sostienen los puentes o los rascacielos. La ruptura del espagueti es una buena ilustración de cómo las vigas se comportan bajo la denominada "fatiga", algo que los ingenieros necesitan saber para impedir que las estructuras se vengan abajo. La pasta nos puede ayudar a prevenir muchos desastres.

Más información: Puedes ver las películas del espagueti que se rompe y leer el artículo original en la Breaking Spaghetti Page (Página del Espagueti Rompiente): http://www.lmm.jussieu.fr/spaghetti/.

Y después ¿qué?

Este mes, Manuel Menéndez, ex-alumno de matemáticas de la UAM y miembro de la Comisión Profesional de la RSME (en cuya web **http://www.rsme.es/comis/prof/** podéis encontrar ofertas de empleo), nos relata su salto al mundo laboral.

De las matemáticas a las finanzas

por Manuel Menéndez Sánchez

Terminé la carrera en el año 1997 y, al igual que la inmensa mayoría de mis compañeros, me preguntaba ¿y ahora qué? Hasta ese momento todo había sido fácil, las decisiones importantes o las tomaban otros o se tomaban prácticamente solas: la guardería, el colegio, el instituto, la universidad y ahora el vértigo de una carrera profesional. Vamos, los pasos más corrientes para convertirse en un licenciado en matemáticas arrogante por fuera pero que no tiene ni idea de qué hacer con su vida por dentro.

La primera situación difícil llegó cuando tuve que decidir entre la oferta de trabajo de una consultora (de estilo americano y muy reconocida) y una beca de cuarenta mil pesetas al mes (cuarenta mil pesetas en el año 1997 eran tan poco dinero como en la actualidad) para empezar el largo y, a priori, incierto camino de hacer un doctorado en matemáticas. Esta vez ganó mi pasión por las matemáticas y empecé como becario los cursos de doctorado en el departamento de matemáticas de la Universidad Autónoma de Madrid.

Las becas eran pocas, pequeñas y para los mejores, y tras seis meses en el departamento de matemáticas el "a priori, incierto camino de hacer un doctorado" se convirtió en "creo que mi pasión por las matemáticas no va a soportar el tan duro, largo y, después de seis meses, incierto camino de hacer un doctorado". A la par, la presión de tener que ganarse la vida como una persona adulta aumentaba, la versión de persona adulta que tiene que robar para irse de casa de sus padres no era compatible con mi escala de valores de aquel momento. Con este panorama no dudé demasiado cuando me ofrecieron la posibilidad de asistir a la primera edición del "Máster en finanzas cuantitativas de la Escuela de Finanzas Aplicadas". Esta formación sirvió para redirigir mi carrera profesional hacia la empresa privada y tras terminar dejé los estudios de doctorado definitivamente, que no las matemáticas, y empecé a trabajar en el departamento de finanzas cuantitativas del Grupo Analistas, equipo que se dedica a la consultoría económica y financiera.

Viviana Murina

Hay algo por lo que todos corremos.

Durante tres años y medio, trabajé como consultor para distintas entidades financieras del país a la vez que aprendía el importante papel que juegan las matemáticas en el mundo financiero. En enero de 2002 pasé a formar parte de la tesorería de Banesto. En aquel momento mis jefes no tenían muy claro, ni siquiera yo mismo, para qué podría servir un matemático en la tesorería de un banco. Yo creo que les sonaba bien y además la competencia tenía matemáticos en plantilla. Pero tras cuatro años de trabajo duro y defensa incondicional de las matemáticas la tesorería de Banesto cuenta con un departamento formado por cuatro matemáticos un ingeniero informático y un ingeniero en telecomunicaciones dedicados al apoyo en la valoración, control y gestión de productos financieros sofisticados. Y para mi tranquilidad, a estas alturas nadie concibe la tesorería sin este grupo con una alta formación matemática y tecnológica.

El principio de Kruskal

Amigo lector, sí tú, escoge una de las palabras de esta frase.

Ya tienes tu palabra *¿verdad?* Pon un dedo encima de *ella*. Ahora, cuenta el *número* de letras de tu palabra. *¿Ya* está? *Vale*, pues ahora vas *a mover* tu dedo hacia adelante *tantas* palabras como letras tuviera la *anterior*. Por ejemplo, si escogiste la palabra "una" *deberás* avanzar tres palabras y terminarás con *el* dedo *en* la *palabra* "palabras". Ahora haces lo mismo con *la* palabra *en* la *que* has aterrizado, *cuentas* sus letras y avanzas ese número *de* palabras. *Cuando* llegues a esta altura estarás *cansado* de hacerlo, pero te sorprenderá comprobar *que* la última *palabra* del párrafo que puedes alcanzar estaba <u>subrayada</u> desde hacía bastante rato.

¡No puede ser! -pensarás- ¡voy a coger otra palabra! -dirás. Y la cogerás, y entonces empezarás a comprender que no es que hayamos acertado por casualidad (cosa que, por cierto, sería increíble), sino algo que quizá te resulte más intrigante todavía, no puedes escapar de esa maldita palabra... Es más, seguramente te habrás fijado en que todas las palabras por las que pasas a partir de la palabra "verdad" están en letra cursiva, luego estaba escrito incluso el camino por el que llegarías. ¡Vale, este texto está trucado! -afirmarás indignado- ¡estos de "la hoja" son unos listos y llevan tres meses mirando a ver cómo lo pueden cuadrar todo! Y ahora es cuando irás a tu estantería y cogerás el libro que quieras, lo abrirás por la página que quieras que esté escrita por completo y escogerás una de las palabras de la primera línea. Realizarás el mismo proceso y llegarás hasta la última palabra que puedas alcanzar en esa página (es decir, si intentaras avanzar tantas palabras como letras tiene esa tendrías que pasar de página). Recuérdala, porque cuando escojas otra palabra distinta en la primera línea y vuelvas a llegar a esa misma palabra tendrás que rendirte, posar abatido tu cara sobre ese libro abierto delante de ti y rogar por una explicación que te permita retomar tu vida con normalidad.

A no ser que seas de ese tipo de gente que siempre tiene una "respuesta coherente" para todo, en ese caso dirás: Claro, todas las editoriales del mundo están compinchadas con el número 12 de "La hoja volante"...

En ese caso toma un mazo de cartas, mejor si son francesas pero también valen españolas, y mézclalo, así crearás tu propio desorden. Extiende ahora las cartas en la mesa cara arriba, de modo que todas queden a la vista en ese "orden" en que han terminado tras tu mezcla. Elige una de las primeras cartas (digamos una de las 7 primeras) y muévete hacia la derecha tantas cartas como indique su número (las figuras contarán todas 1 para simplificar). Llegarás, tras hacerlo repetidamente, a la última carta del mazo que puedes alcanzar siguiendo este proceso (si saltaras lo que pone en esa carta no tendrías cartas suficientes). Recuérdala y vuelve a hacerlo empezando con otra de las primeras cartas. Asúmelo. Es así.

Pero bueno, tampoco es tan malo. Puedes usarlo también "en tu favor", no es una desgracia que podamos encontrar un poco de orden en el caos... Dile a un amigo o familiar que mezcle un mazo de cartas y que lo extienda, que se fije en una de las primeras cartas y que vaya saltando tantas cartas como indique aquella en la que está (1 si es una figura). Cuando no pueda saltar más, que se acuerde de la carta en la que está que la vas a adivinar. ¿Cómo que cómo? Pues haciendo lo mismo, te fijas en una de las primeras cartas y vas saltando hasta que tú tampoco puedas más y, con suerte, la carta coincidirá con la suya.

Los lectores observadores se habrán fijado en ese "con suerte". Y es que aunque la cosa funciona casi siempre, podría ser que por la ley de Murphy (o alguno de sus corolarios), la única vez que lo haces como demostración te falle... (lo cual, por cierto, sería buenísimo, ¡ay que me parto!).

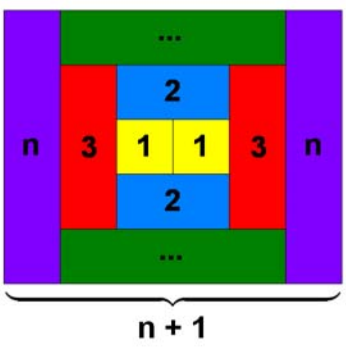
Bueno, pues ha llegado el momento de desvelar el misterio. En realidad, todo lo que has hecho ha funcionado por el "principio de Kruskal" (en honor a Martin David Kruskal, matemático y físico americano tristemente fallecido el pasado mes de diciembre a los 81 años de edad). Es un principio probabilístico, y por lo tanto no es seguro al 100%. Pero una brevísima reflexión nos convence de que sí funciona casi siempre: empecemos en la carta (o palabra) que empecemos, en cuanto su camino se cruce con el de otra ambas seguirán pasando exactamente por las mismas cartas (o palabras) a partir de ahí. Y si los saltos que vamos dando no son muy grandes (de ahí que contáramos 1 para las figuras en el caso de las cartas) es muy probable que en algún momento coincidan los caminos.

Para una explicación un poquito más detallada de este y otros principios matemáticos aplicables a la cartomagia, es muy recomendable el artículo, aparecido en la Gaceta de la RSME, "Cartomagia matemática y cartoteoremas mágicos" de Venancio Álvarez, M. Auxiliadora Márquez y Pablo Fernández que puede encontrarse en la página web de este último: http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/magia.pdf.

Visualización

Esta vez os presentamos una elegante prueba visual de la conocida fórmula :

$$1 + 2 + ... + n = n\,(n + 1) / 2.$$



Referencia: S. Kalajdzievski, *Some evident summation formulas.* Mathematical Intelligencer, 22:3 (Summer 2000) 47-49.

Flexicubo

Este mes no hay problema ni acertijo. Ahora bien, podéis seguir mandando vuestras respuestas a los de la hoja 11 o cualquier otra cosa que se os antoje a nuestra dirección de correo, hojavolante@uam.es.

En lugar de eso os enseñamos este curioso cubo, se llama *flexicubo* porque podemos doblarlo para ir consiguiendo mostrar todas las caras de los cubitos pequeños que lo componen:

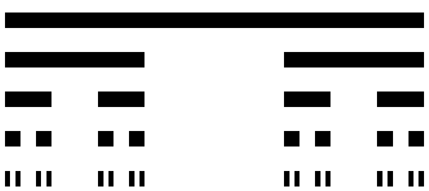
¿Que por qué no ponemos problemas? Pues porque ~~el verano es para descansar, eso de las "Vacaciones Santillana" es un timo...~~ (autocensura).

Ahora bien, si de verdad te quieres entretener con algo te retamos a que construyas tu propio flexicubo. Compra un rollo de cinta para regalo y prepara tu paciencia...

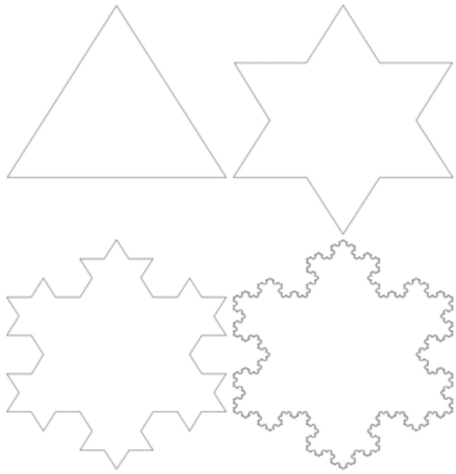
Información e instrucciones en nuestra página web.

Fractales de papel

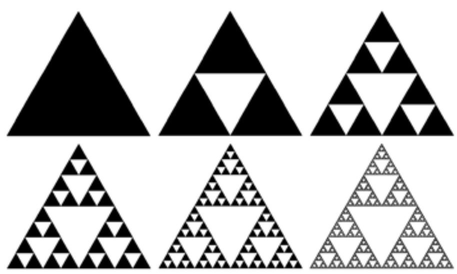
- Oye, ¿y si volvemos a escribir la sección del diálogo?
- No, esas cosas hay que dejar que surjan, no podemos poner un diálogo en la revista así porque sí.
- Claro, eso es verdad.
- Por cierto, me gusta tu camiseta. Sale un pez engullendo a otro más pequeño que a su vez engulle a otro más pequeño... Si se repitiera indefinidamente sería un fractal ¿tú sabes qué es un fractal?
- Fractal, fractal, frac... ¿Un traje muy elegante? ¿como mi camiseta?
- ¡No! Bueno, como tu camiseta sí, y como las muñecas rusas esas...
- ¡Matrioskas!
- ¡Ésas! Un fractal (el nombre se lo puso Benoît Mandelbrot) es un objeto que presenta la misma estructura al cambiar indefinidamente la escala de observación. En la naturaleza hay muchas cosas con estructura fractal, por ejemplo si le arrancas un trozo a una coliflor y lo miras con una lupa parece una coliflor entera y lo mismo pasa con muchas plantas, fíjate en los helechos...
- Bueno, pero no estamos aquí para hablar de coliflores ¿verdad? ¿Qué van a decir los expertos en coliflores? ¡Eh!
- Efectivamente, "no hables de lo que no sabes" reza el dicho, lo que en tu caso puede ser resumido en "¡no hables!". Y como apuntabas, no vamos a hablar de fractales en la naturaleza sino que vamos a construir algunos fractales "matemáticos". Esto quiere decir que describiremos un proceso geométrico muy sencillo que repetiremos infinitamente para obtener una estructura final de apariencia más complicada.
- ¿Y cómo vamos a repetir algo infinitas veces?
- Muy sencillo, no vamos a hacerlo. Llegado un punto diremos "y así hasta el infinito".
- ¿Puedes poner un ejemplo?
- Mira, coge un segmento, divídelo en tres trozos iguales y elimina el tercio central.
- Vale, ya está.
- Bien, pues ahora, con cada uno de los dos segmentos que tienes haces lo mismo, lo divides en tres y quitas el centro.
- Ah, ya veo y otra vez y otra... ¿así?



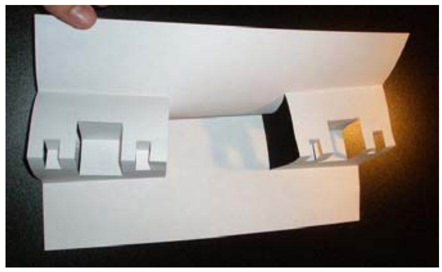
- Efectivamente. Y así hasta el infinito. La figura que obtendrías tras repetirlo infinitas veces estaría formada por "un montón de puntitos". Son infinitos pero su longitud total es nula. Ese fractal se conoce con el nombre de conjunto de Cantor o "polvo de Cantor" (en honor al matemático Georg Cantor).
- Ya veo ya...
- Pues ese es uno de los numerosos ejemplos de fractal, uno de los más sencillos.
- A ver, otro...
- El copo de nieve de Koch. Dibuja un triángulo equilátero. Ahora, en cada uno de sus lados reemplazas el tercio central por los dos segmentos que completarían el triángulo equilátero que tiene por base a ese tercio central (y el otro vértice fuera del triángulo original). O sea:



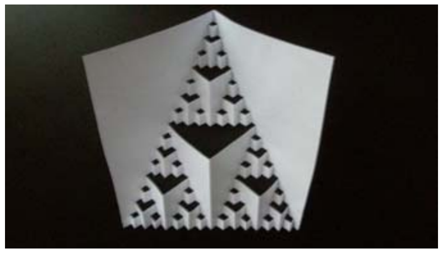
Y luego vuelves a repetir lo mismo en cada uno de los nuevos lados. Si haces esto infinitas veces te saldrá una cosa tan bonita como la de la última figura, que es el copo de nieve de Koch.
- Un momento, si no me equivoco, en cada paso estamos aumentando la longitud por un factor de 4/3 ¿no?
- Claro, porque donde había 3 palitos ahora ponemos 4.
- Eso quiere decir que si la longitud de la figura inicial era 3 (digamos que el triángulo equilátero tenía lado 1), tras n pasos la longitud será: $3(4/3)^n$, lo cual quiere decir que ¡la longitud final sería infinita!
- Sí bueno, no hay nada de malo en ello. Es más, lo que puede parecerte más raro todavía es que esa longitud infinita está encerrada en un área finita, por ejemplo en el área limitada por la circunferencia circunscrita al triángulo original.
- ¡Qué cosas!
- Y como te puedes imaginar, se han creado infinidad de fractales, muchos de ellos también con nombres famosos. Otro ejemplo es el triángulo de Sierpinski, que se va construyendo siguiendo infinitas veces el patrón que ves en la figura:



- Ya veo ya, se va quitando un triángulo de área la cuarta parte de cada triángulo y al final tendríamos una cosa muy agujereada como la de la última figura.
- ¡Y tan agujereada! Más que un queso emmental. Si lo piensas como has hecho antes verás que nos queda algo de área 0 (ahora el área disminuye con factor 3/4).
- Muy bien, muy bien, pero ¿tú has mirado el título del artículo? ¿qué tiene que ver esto con el papel?
- Ahí viene lo divertido. Podemos hacer modelos de papel de muchos fractales, simplemente haciendo algunos cortes y dobleces. Mira, aquí está el del conjunto de Cantor (hasta la tercera iteración):



y aquí el del triángulo de Sierpinski:



Y lo bueno es que no necesitas mucho espacio para guardarlos, como esas cosas que anuncian en la tele cuando no saben qué poner. Se pueden aplastar totalmente metidos en un libro y cuando abras por esa página se formará la figura tridimensional.
- ¡Yo tengo un libro así, que sale un animal en cada página y parece que te va a comer, me lo he leído cinco veces...!
- ¿Tú te crees que con las tonterías que dices podemos poner un diálogo? Pues eso decía yo...

Todas las instrucciones para construir estos y otros fractales de papel en nuestra página web.

Anuncios clasificados

(pues si estos son los clasificados, cómo serán los que no pasaron la primera ronda...)

CONTACTOS

Matemáticas solitarias:

\# Probabilista independiente busca chico normal que le dé esperanzas.

\# Topóloga compacta separada busca chico de su entorno al que no le importen las medidas ni las distancias.

\# Especialista en combinatoria amante de los árboles entablaría relación discreta. Preferible Catalán.

\# Algebrista desesperada busca chico con carácter para formar un grupo. Se aseguran representaciones.

CURSOS

Cursos raros para "gente" rara:

\# Curso de integración: La importancia de ir por partes, cómo aumentar tu "grado" de satisfacción... Promoción especial para funciones exponenciales.

\# Curso de labores del hogar: la importancia de ser independiente. No se aceptan vectores nulos.

Cálculo mental...

Para que te inviten en todos los sitios tienes tres opciones:

1. Ser asquerosamente rico. Parece mentira pero es así, pregúntale a Beckham si no le invitan siempre...
2. Ser asquerosamente guapo. Parece mentira pero es así, pregúntame a mí... [pausa para reír].
3. Hacer una apuesta estúpida y ganarla.

Entre ingresarte unos cuantos millones de euros en tu cuenta, pagarte una operación de cirugía estética o enseñarte unos truquillos para hacer las cuentas más rápido que nadie, adivina qué hemos decidido... Comenzamos.

Elevar al cuadrado

Para hacerlo más general haremos algo muy común en Matemáticas: sustituir los números por letras (quien piense que un matemático se pasa el día viendo números es porque no ha mirado ningún libro de esta carrera). En general, pensaremos en números de dos cifras para simplificar un poco. De esta forma, comenzaremos con un número A que es el que queremos elevar al cuadrado. Su decena más cercana será D y la diferencia $|D - A| = C$. Donde decimos decena más cercana no tiene por qué ser la más cercana estrictamente (aunque normalmente puede ser más conveniente), puedes elegir la que prefieras, es decir, para A= 83 podrías elegir D=80 y C=3 o bien D=90 y C=7.

Entonces:

$A^2 = (A - C) \times D + C^2$, si hemos aproximado la decena D por arriba, o

$A^2 = (A + C) \times D + C^2$, si hemos aproximado por abajo.

El que no se lo crea no tiene más que escribir $A = D - C$ en el primer caso o $A = D + C$ en el segundo y hacer las cuentas para comprobar que sale eso.

Ejemplos:

$83 = 80 + 3$ (aproximamos por abajo)

$83^2 = 86 \times 80 + 3^2 = 6880 + 9 = 6889$.

$47 = 50 - 3$ (aproximamos por arriba)

$47^2 = 44 \times 50 + 3^2 = 2200 + 9 = 2209$.

¿Se entiende cómo va, no?

Aún así, cuesta un poco hacerlo todavía, ¿no? ¿No habrá alguna vez que esto salga más fácil?

Elevar al cuadrado (casos fáciles)

Si los números que queremos elevar al cuadrado terminan en 1 o en 5 la operación es mucho más fácil.

Si A es un número cuya última cifra es 1 entonces nos interesa aproximar por abajo y siguiendo la fórmula de nuestro truco:

$A^2 = (A + 1) \times (A - 1) + 1^2$.

Como A - 1 termina en 0 es muy fácil multiplicar este número por otro, y nos interesa poner todo en función de A - 1, así:

$A^2 = (A - 1)^2 + 2 \times (A - 1) + 1$.

Ejemplos:

$71^2 = 70^2 + 2 \times 70 + 1 = 4900 + 140 + 1 = 5041$.

¿Más rápido, verdad?

Pues espérate porque si A termina en 5 es más fácil todavía. Da igual si aproximas por arriba o por abajo, tendrás:

$A^2 = (A + 5) \times (A - 5) + 5^2$.

Pero A + 5 y A - 5 terminan en 0. Eso quiere decir que seguro que A^2 va a terminar en 25. Además las dos primeras cifras van a ser el producto de la cifra de la decena anterior a A y de la posterior.

Ejemplos:

$95^2 = (9 \times 10) \times 100 + 5^2 = 90\ 25$

$35^2 = (3 \times 4) \times 100 + 5^2 = 12\ 25$

$75^2 = 56\ 25$

Buscando el número fácil...

- Dime un número de dos cifras
- 37
- 37 x 33 = 12 21
- Otro
- 44
- 44 x 46 = 20 24
- Otro
- 25
- 25 x 25 = 6 25
- Otro
- 72
- 72 x 78 = 56 16
- ¿Pero cómo lo haces tan deprisa?

Ya puedes tirar tu calculadora... ¿Tienes ordenador, verdad? :)

Esto es un ejemplo de cómo puedes generalizar lo de los cuadrados de los números que terminaban en 5. Digamos que si te dan cualquier número de dos cifras siempre puedes decir otro de la misma decena tal que sea facilísimo multiplicarlo por él. Si el número es múltiplo de 5, dices el mismo número y lo multiplicas rapidísimo por el truco que ya hemos explicado: cifra de la decena por cifra de la siguiente decena y con un 25 detrás.

Si el número no es múltiplo de 5, te conviene coger el número de la misma decena cuyas unidades sumen 10 con las del que te han dado: 23 para 27, 48 para 42...

Si lo escribes con letras , verás que

$(D + C) \times (D + 10 - C) = D\,(D + 10) + C\,(10 - C)$

es decir, el truco es el mismo que en el caso de elevar al cuadrado números terminados en 5: cifra de la decena por cifra de la siguiente decena y detrás el producto de las cifras de las unidades. Repasa los ejemplos y verás como eres capaz de hacerlos rapidísimo. Intenta esto con algún amigo, verás quién paga en el bar la próxima vez.

Raíces cuadradas

Este truco no sirve para calcular el resultado de todas las raíces (cuadradas) del mundo mundial, sólo para las que tengan resultado exacto y éste sea de dos cifras (para limitar el tamaño). Antes de nada, hay que saberse la tabla de los cuadrados hasta el de 9: $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$, $6^2 = 36$, $7^2 = 49$, $8^2 = 64$ y $9^2 = 81$. Bien, ahora cogemos las dos primeras cifras (o sólo la primera si es de 3 cifras) de nuestro número, lo comparamos con los cuadrados de nuestra tabla y escribimos como decena de nuestro resultado el número cuyo cuadrado sea inmediatamente anterior al número con el que estamos comparando. De las otras dos cifras que nos quedan, nos fijamos sólo en la última y miramos qué numeros de nuestra tabla tienen un cuadrado que termine así. Si nos fijamos un poco vemos que los cuadrados que hemos obtenido se pueden emparejar por su última cifra, menos el cuadrado del 5. Si el cuadrado termina en 5, está claro que la raíz tiene al 5 como cifra de las unidades, si no nos serviremos del truco mencionado de elevar al cuadrado números que terminan en 5 para descubrir cuál de las dos opciones posibles es la correcta.

Ejemplos:

Raíz de 676. Decena: 2 (6 está entre 4 y 9). Unidad: 4 o 6, como $25^2 = 625$ es menor, entonces es 6. Resultado: 26.

Raíz de 4624. Decena: 6 (entre 36 y 49). Unidad 2 o 8, como $65^2 = 4225$ es menor, entonces es 8. Resultado: 68.

Para calcular raíces cúbicas (exactas con resultados de dos cifras) es casi más fácil. Utilizamos el mismo truco, sólo que ahora la tabla de cubos sí tiene una correspondencia única entre la unidad del cubo y el elemento que se ha elevado a 3 (es decir: no necesitaremos el truco del 5). La tabla es: $0^3 = 0$, $1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $7^3 = 343$, $8^3 = 512$, $9^3 = 729$. El cubo termina en la misma cifra salvo para 2 y 8 y 3 y 7 que están cambiados respectivamente, así que es muy fácil.

Ejemplos:

Raíz cúbica de 21952. Decena: 2 (21 está entre 8 y 27). Unidad: 8. Resultado: 28.

Raíz cúbica de 456533. Decena: 7 (456 entre 343 y 512). Unidad: 7. Resultado: 77.

Multiplicaciones con líneas y puntos en Internet

Si queréis ver una original forma de realizar multiplicaciones con líneas y puntos, podéis ver el siguiente vídeo en Youtube: **http://www.youtube.com/watch?v=chCXqVaumDM**.

Para saber más sobre cálculo mental, podéis consultar el libro de Alberto Coto (calculista Record Guinness) *Entrenamiento mental* (editorial EDAF) que ha sido publicado recientemente.

Departamento de Matemáticas. Escrito por Alejandro Bellogín, Matías Núñez y Carlos Vinuesa.
Agradecemos la colaboración de Marianne Freiberger, Viviana Murina (http://vivianamurina.com.ar/), Manuel Menéndez, Fernando Chamizo y Sara Masquef.