



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curso Avanzado de Análisis / [Advanced course in Analysis](#)

1.1. Código / [Course number](#)

30073

1.2. Materia / [Content area](#)

Subespacios invariantes y teoría espectral de operadores / [Invariant subspaces and spectral theory of operators](#)

1.3. Tipo / [Course type](#)

Formación optativa / [Elective subject](#)

1.4. Nivel / [Course level](#)

Máster / [Master \(second cycle\)](#)

1.5. Curso / [Year](#)

2013/2014

1.6. Semestre / [Semester](#)

2º / [2nd \(Spring semester\)](#)

1.7. Idioma / [Language](#)

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando, al menos, un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite). / [Spanish and English. \(The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so\).](#)

1.8. Requisitos previos / [Prerequisites](#)

Es necesario haber seguido previamente varios cursos de análisis funcional, análisis armónico, análisis real y variable compleja.

[The students are required to have followed previously various courses on functional analysis, harmonic analysis, real analysis and complex variables.](#)



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia a clase es muy recomendable.

Class attendance on a regular basis is strongly recommended.

1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Profesor / **Professor**: Daniel Faraco Hurtado

Department of Mathematics

Facultad de Ciencias

Despacho / **Office** - Módulo 17 - 310

Teléfono / **Telephone**: +34 91 497 4944

Email: daniel.faraco@uam.es

Página web / **Homepage**: <http://www.uam.es/daniel.faraco>

Horas de tutoría / **Office hours**: Flexible (Por cita previa / By appointment).

1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

Este curso se centrará en la teoría de funciones cuasicóncavas y sus aplicaciones al los problemas inversos y al cálculo de variaciones vectorial. Al final del cuatrimestre, el estudiante debería:

- Estar familiarizado con aspectos centrales del análisis armónico (Teoría de Calderon Zygmund), funcional (Operadores compactos), complejo (teoremas de distorsión) y teoría de funciones (grado topológico).
- ser capaz de relacionar los diferentes temas tratados durante el curso, con sus aplicaciones a estudio de ecuaciones en derivadas parciales y problemas que surgen en la física.
- ser capaz de extender y desarrollar el material aprendido durante el curso, usando equipos técnicos y visuales que le permitirán comunicar resultados matemáticos de forma efectiva.

This course will focus on the theory of quasiconformal mappings and its application to inverse problems and the vectorial calculus of variations. At the end of the course, the student should:

- **Being able to relate the different topics covered in the course with their applications to the study of partial differential equations and problems which arise in physics**
- **be able to expand upon the course content, using visual and technical aids that will improve effective communication of mathematical results.**



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

1.12. Contenidos del programa / **Course contents**

CAPÍTULO I: FUNCIONES CUASICONFORMES

- Espacios de Sobolev. Formulas de Green. Grado topológico.
- Definiciones. Funciones cuasiconformes, cuasimétricas y cuasiregulares.

CAPÍTULO II: TEORÍA DE CALDERÓN ZYGMUND. EL TEOREMA MEDIBLE DE RIEMANN.

- La ecuación de Beltrami
- Las transformadas de Cauchy y de Beurling.
- Propiedades de la transformada de Cauchy.
- Propiedades de la transformada de Beurling. Teoría de integrales singulares.
- El teorema medible de Riemann.
-

CAPÍTULO III: TEOREMAS DE DISTORSIÓN

- Teorema de distorsión clásicos del análisis complejo.
- Movimientos holomorfos.
- Teorema de distorsión del área para funciones cuasiconformes.
- Aplicaciones al calculo de variaciones vectorial.

CAPÍTULO IV: PROBLEMAS INVERSOS

- Problemas inversos en ecuaciones en derivadas parciales. Tomografía de impedancia eléctrica y scattering cuántico
- La transformada de Fourier no lineal
- Las funciones cuasiconformes resuelven el problema de Calderón.

Nota: Varios puntos del programa podrían ser modificados o suprimidos si las restricciones de tiempo así lo aconsejan.

CHAPTER I: QUASICONFORMAL MAPPINGS.

- Sobolev Spaces, Green Formula, topological degree
- Definitions. Quasiconformal, quasiregular and Quasisymmetric mappings.

CHAPTER II: CALDERON ZYGMUND THEORY. MEASURABLE RIEMMAN MAPPING THEOREM

- The Beltrami equation
- Cauchy and Beurling transform
- Properties of Cauchy transform
- Properties of Beurling transform. Theory of Singular Integrals.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

- Measurable Riemman Mapping Theorem.

CHAPTER III: DISTORSION THEOREMS

- Classical distortion theorems in complex analysis.
- Homomorphic motions
- Area distortion for quasiconformal mappings.
- Applications to the Vectorial Calculus of Variations.

CHAPTER IV: INVERSE PROBLEMS

- Inverse Problems in Partial Differential Equations. Impedance electric tomography and quantum scattering.
- Non linear Fourier transform.
- Quasiconformal Mappings solve Calderón problem.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

Se estudiarán varios capítulos de algunas de las siguientes monografías (u otras similares).

Various chapters of some of the following (or similar) monographs will be studied.

- Astala K, Iwaniec T Martin G, *Quasiconformal mappings and elliptic equations in the plane*. Princeton University Press. 2012
- Iwaniec T, Martin G. Geometric function theory and nonlinear analysis. Oxford University Press, Cambridge 2002.
- J.B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer-Verlag, New York 1985.
- W. Rudin: *Functional Analysis*, McGraw-Hill, New York 1973.

Se consultarán también diversos artículos de investigación breves. Se proporcionarán apuntes u otros materiales adicionales a los asistentes.

Various short research papers will be consulted as well. Some lecture notes or other additional materials will be made available to the course attendants.

2. Métodos docentes / Teaching methodology

Este es un curso avanzado. Por tanto, se espera que los estudiantes participen de forma activa y muestren cierta originalidad en su trabajo. Muchas demostraciones serán presentadas de forma esquemática y los detalles se dejarán para los alumnos interesados. Algunos temas serán tratados sólo a nivel informativo. Además, cada estudiante tendrá la opción de presentar un tema al final del curso en una charla de 15-25 minutos y, en tal caso, dispondría del tiempo suficiente para preparar el tema.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

This is an advanced course. Thus, the students are expected to participate actively and show some originality in their work. Many proofs will only be sketched and the details will be left to the interested students. Some topics will only be treated in an informative way. There will be several problem sheets and/or one term paper, assigned on a regular basis, to be handed in before a given deadline. In addition to this, every student will have an option of presenting a course topic in a 15-25 minute talk and, in this case, would be given sufficient time to prepare the talk.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

| | | Nº de horas | Porcentaje |
|-----------------------------------|--------------------------|-------------|-------------|
| Attendance activities | Class lectures | 40h (20%) | 70 h (35%) |
| | Office hours | 16h (8%) | |
| | Seminars and term papers | 12h (6%) | |
| | Others | - | |
| | Final exam | 2h (1%) | |
| Non attendance activities | Problems preparation | 78h (39%) | 130 h (65%) |
| | Weekly study | 46h (23%) | |
| | Exam preparation | 6h (3%) | |
| Total workload: 25 horas x 8 ECTS | | 200 | |

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

- 1) Ejercicios para entregar: 40%.
- 2) Examen final o actividades complementarias: 50%.
- 3) Participación en clase: 10%.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

Habrán dos o tres hojas de problemas (en total, hasta 30 ejercicios) cuyas soluciones se entregarán antes de una fecha predeterminada.

La realización del Examen Final se podrá sustituir por cualquiera de las siguientes actividades complementarias (que se desarrollarían al final del curso):

- (a) la entrega de un trabajo y su breve presentación en un seminario;
- (b) la entrega de soluciones de hasta 5 ejercicios de mayor grado de dificultad.

- 1) Homework assignments: 40%.
- 2) Final exam or complementary activities: 50%.
- 3) Participation in class: 10%.

There will be two or three problem sheets (up to a total of 30 exercises) whose solutions are to be handed in before a predetermined deadline.

The final exam can be substituted by any of the following complementary activities (to be carried out at the end of the term):

- (a) a term paper, to be handed in and presented in a brief seminar talk;
- (b) solutions to up to 5 exercises of higher level of difficulty.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / [Make-up exam](#).

Examen ante tribunal de Máster/ [Examination by the Master Program Committee](#).

5.

Cronograma* / [Course calendar](#)

| Semana Week | Contenido Contents | Horas presenciales Contact hours | Horas no presenciales Independent study time |
|----------------|-------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1 | Sobolev Spaces | 5 | 10 |
| 2 | Quasiconformal mappings | 5 | 10 |
| 3 | Beltrami equation | 5 | 10 Problem sheet |
| 4 | Cauchy and Beurling transform | 5 | 10 |
| 5 | Properties | 5 | 10 |
| 6 | Calderon Zygmund theory | 5 | 10 Problem sheet |
| 7 | Measurable Riemann mapping. | 5 | 10 |
| 8 | Distortion theorems | 5 | 10 |
| 9 | Holomorphic motions | 6 | 10 |



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

| Semana Week | Contenido Contents | Horas presenciales Contact hours | Horas no presenciales Independent study time |
|----------------|-----------------------|-------------------------------------|---|
| 10 | Area distortion | 6 | 10 |
| 11 | Calderon problem | 6 | 10 Presentations |
| 12 | Scattering transform | 6 | 10 Presentations |
| 13 | Calderon problema | 6 | 10 Presentations |

*This course calendar is tentative.