



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curso avanzado de EDP's / [Advanced Course in Partial Differential Equations](#)

1.1. Código / Course number

30074

1.2. Materia / Content área

Partial Differential Equations

1.3. Tipo / Course type:

Formación optativa / [Elective subject](#)

1.4. Nivel / Course level:

Máster M2 / [Master M2](#)

1.5. Curso / Year:

2012-2013

1.6. Semestre / Semester

Segundo / [Second \(Spring semester\)](#)

1.7. Número de créditos / Credit allotment

8 créditos ECTS / [8 ECTS credits](#)

1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Asumimos que el estudiante conoce los fundamentos de ecuaciones diferenciales ordinarias, teoría de la medida, análisis funcional (distribuciones, operadores auto-adjuntos y compactos en espacios de Hilbert, espacios de Sobolev y sus embebimientos, interpolación), y el cálculo de variaciones (minimización de funcionales coercitivos y



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

débilmente semicontinuos inferiormente). La mayoría de este material se cubre en los cursos de Ecuaciones en Derivadas Parciales en Ciencias e Ingeniería y Fundamentos de Análisis Matemático, que se imparten durante el primer semestre del máster.

We assume knowledge of the fundamentals of ordinary differential equations, measure theory, functional analysis (distributions, self-adjoint and compact operators in Hilbert spaces, Sobolev spaces and their embeddings, interpolation), and calculus of variations (minimizing of coercive, weakly lower semicontinuous functionals). Most of this material is covered in the courses PDE's in Science and Engineering and Fundamentals of Mathematical Analysis, both of them corresponding to the first semester of this master programme.

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia es obligatoria

The attendance to the course is compulsory

1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Docente(s) / **Lecturer(s) Fernando Quirós Gracián**

Departamento de / **Department of Mathematics**

Facultad / **Faculty of Sciences**

Despacho - Módulo / **Office 209- Module 08**

Teléfono / **Phone: +34 91 497 6686**

Correo electrónico/**Email: fernando.quiros@uam.es**

Página web/**Website: <http://www.uam.es/fernando.quiros>**

Horario de atención al alumnado/**Office hours: m-j 10-12 and 16-17**

1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

El objetivo principal del curso es introducir a los estudiantes al estudio cualitativo de soluciones de ecuaciones en derivadas parciales elípticas y parabólicas superlineales, y en particular al fenómeno de explosión (blow-up). Pretendemos introducir la teoría haciendo énfasis en los métodos, evitando largos cálculos técnicos cuando sea



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

posible. Para alcanzar este objetivo, usaremos problemas modelo sencillos para ilustrar los métodos; estos métodos frecuentemente se pueden aplicar a ecuaciones más generales.

Nuestro segundo objetivo es que los estudiantes conozcan algunos temas más avanzados en este campo que son actualmente objeto de investigación.

The primary aim of the course is to introduce the students to the qualitative study of solutions of superlinear elliptic and parabolic partial differential equations, and in particular to the blow-up phenomenon. We intend to introduce the theory by emphasizing the methods while avoiding massive technical computations if possible. To reach this goal, we use simple model problems to illustrate the methods; these methods very often apply to more general equations.

As a second goal, we would like the students to get acquainted with some more advanced topics in this field which are the subject of current research.

1.12. Contenidos del programa / Course contents

1.- Repaso de la teoría básica de ecuaciones elípticas y parabólicas

1. Principios del máximo
2. Resultados de regularidad

2.- Cálculo diferencial en espacios de Banach

1. Cálculo de variaciones
2. Optimización con restricciones
3. Los teoremas de la función inversa e implícita

3.- Explosión en tiempo finito para ecuaciones de evolución

1. Existencia local
2. Método del primer autovalor de Kaplan, Método de concavidad de Levine, método de comparación
3. Resultados de tipo Fujita en dominios no acotados

4.- Soluciones estacionarias

1. Existencia: métodos de las soluciones superior e inferior, métodos variacionales, métodos del punto fijo.
2. El método de los planos móviles (Gidas-Ni-Nirenberg).



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

5. - Tasa de explosión, conjunto de explosión y perfil de explosión

1. Tasa de explosión: Método de Friedman-McLeod y método de cambio de escala.
2. Conjunto de explosión: puntual, regional, y global.
3. Perfil de explosión: comportamiento auto-semejante.

6. - Continuación después de la explosión

1.- A review of the basic theory of elliptic and parabolic equations

3. Maximum principles
4. Regularity results

2.- Differential calculus in Banach spaces

4. Calculus of variations
5. Optimization with constraints
6. The inverse and the implicit function theorems

3.- Finite time blow-up for evolution equations

4. Local existence
5. Kaplan's first eigenvalue method, Levine's concavity method, comparison method
6. Fujita type results on unbounded domains

4.- Steady state solutions

3. Existence: upper and lower solutions method, variational methods, fixed point methods
4. The moving plane method (Gidas-Ni-Nirenberg).

5. - Blow-up rates, blow-up sets and blow-up profiles

4. Blow-up rates: Friedman-McLeod's method and scaling method.
5. Blow-up sets: single-point, regional and global blow-up.
6. Blow-up profiles: self-similar behaviour.

6. - Continuation after blow-up



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- de Pablo, A.; Ferreira, R.; Quirós, F.; Vázquez, J. L. *El problema matemático de explosión para ecuaciones y sistemas de reacción-difusión*. Bol. Soc. Esp. Mat. Apl. SeMA No. 32 (2005), 75--111.
- Evans, L. C. "Partial differential equations". Second edition. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, 2010.
- Galaktionov, Victor A.; Vázquez, Juan L. *The problem of blow-up in nonlinear parabolic equations. Current developments in partial differential equations* (Temuco, 1999). Discrete Contin. Dyn. Syst. 8 (2002), no. 2, 399--433.
- Hu, B. "Blow-up Theories for Semilinear Parabolic Equations", Lecture Notes in Mathematics 2018, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 2011, ISBN: 978-3-642-18459-8.
- McOwen, R. "Partial Differential Equations: Methods and Applications". Second edition. Prentice Hall, 2003.
- Quittner, P.; Souplet, Ph., "Superlinear Parabolic Problems. Blow-up, Global Existence and Steady States". Birkhäuser Advanced Texts, Birkhäuser Verlag, Basel, 2007.
- Samarskii, Alexander A.; Galaktionov, Victor A.; Kurdyumov, Sergei P.; Mikhailov, Alexander P. "Blow-up in quasilinear parabolic equations". de Gruyter Expositions in Mathematics, 19. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1995.

2. Métodos docentes / Teaching methodology

El material básico se cubrirá en clases convencionales. Parte de los temas avanzados serán asignados a los estudiantes para estudio individual. Se espera que lo estudiantes presenten estos temas en el aula. Se entregarán ejercicios todas las semanas.

The basic material will be covered in standard lectures. Part of the more advanced topics will be assigned to the students for individual study. The students are expected to present these topics in the classroom. Exercises will be assigned every week.



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

		Nº de horas	
Presencial	Clases teóricas	42h(21%)	66h (33%)
	Tutorías programadas a lo largo del semestre	14 h (7%)	
	Seminarios y trabajos	8 h (4%)	
	Examen final	2 h (1%)	
No presencial	Elaboración de problemas	40h(20%)	134h (67%)
	Estudio semanal	88h(44%)	
	Preparación del examen (presentación)	6h(3%)	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS		200 h	

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

EVALUACIÓN ORDINARIA

Examen final: 40%
Trabajo independiente: 40%
Presentaciones en clase: 20%

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Examen final 100%

ORDINARY EVALUATION

Final exam: 40%
Homework: 40%
Class presentations: 20%

EXTRAORDINARY EVALUATION

Final exam 100%



Asignatura: Curso avanzado de EDP's
Código: 30074
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

5. Cronograma* / Course calendar

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1-2	First chapter	9	19
3-5	Second chapter	15	29
6-7	Third chapter	9	19
8-9	Fourth chapter	9	19
10-12	Fifth chapter	15	29
13-14	Sixth chapter	9	19

*Este cronograma tiene carácter orientativo / Tentative