



Asignatura: Curso avanzado de Álgebra  
Código: 30071  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

## ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Curso avanzado de Álgebra / Advanced Course in Algebra

### 1.1. Código / **Course number**

30071

### 1.2. Materia / **Content area**

Álgebra / Algebra

### 1.3. Tipo / **Course type**

Formación optativa / Elective subject

### 1.4. Nivel / **Course level**

Máster/ Master (second cycle)

### 1.5. Curso / **Year**

2011/2012

### 1.6. Semestre / **Semester**

2º/ 2nd (Spring semester)

### 1.7. Número de créditos / **Credit allotment**

8 créditos ECTS / 8 ECTS credits

### 1.8. Requisitos previos / **Prerequisites**

- Conocimientos a nivel de Licenciatura/Grado sobre Teoría de números algebraica, Teoría de Galois.
- Nociones básicas sobre Variable compleja y Geometría diferencial.
- Curvas Algebraicas del Máster de la UAM
- Disponer de un nivel de inglés que permita al alumno leer bibliografía de consulta

### 1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

Es obligatoria la asistencia a un mínimo del 80% de las horas de clase presenciales.



Asignatura: Curso avanzado de Álgebra  
Código: 30071  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

## 1.10. Datos del equipo docente / Faculty data

Docente(s) / Lecturer(s): Enrique González Jiménez  
Departamento de / Department of: Matemáticas / Mathematics  
Facultad / Faculty: Ciencias / Sciences  
Despacho - Módulo / Office – Module 508 - 17  
Teléfono / Phone: +34 91 497 7641  
Correo electrónico/Email: [enrique.gonzalez.jimenez@uam.es](mailto:enrique.gonzalez.jimenez@uam.es)  
Página web/Website: <http://www.uam.es/enrique.gonzalez.jimenez>  
Horario de atención al alumnado/Office hours: Cita previa

## 1.11. Objetivos del curso / Course objectives

El objetivo principal de este curso es el estudio de algunas ideas que subyacen en la demostración de la Conjetura de Shimura-Taniyama-Weil y en particular del Último Teorema de Fermat. Por otro lado, el desarrollo de la moderna teoría de números y concretamente el estudio de curvas elípticas y de formas modulares ha experimentado un notable avance en las últimas décadas probablemente por el gran avance del desarrollo del álgebra computacional orientada a estas áreas. La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer y la teoría de modularidad de curvas elípticas son algunos de los ejemplos más representativos de este desarrollo. Durante el curso se hará uso del software SAGE que nos permitirá trabajar de forma completamente explícita con objetos abstractos como son las curvas elípticas y las formas modulares. Con esto se pretende introducir al estudiante a un área muy abstracta de las matemáticas haciéndola más accesible y “visible” mediante el uso computacional de algunos de estos conceptos.

Los objetivos concretos de este curso son:

- Introducir a los estudiantes a la resolución de ecuaciones diofánticas con técnicas de la moderna teoría de números y su conexión con la geometría algebraica.
- Propiciar al estudiante una comprensión suficientemente detallada del conocimiento necesario sobre las curvas elípticas sobre los racionales, reales, complejos y cuerpos finitos.
- Mostrar los resultados sobre formas modulares necesarios para comprender la modularidad de las curvas elípticas sobre los racionales.
- Por último presentar en terminos accesibles para el alumno una versión de la anteriormente, ahora teorema, conjetura de Shimura-Taniyama-Weil, la relación de una parte importante de la prueba de esta conjetura y el Último Teorema de Fermat y exponer la Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer.
- Ilustrar los conceptos y técnicas anteriores empleando para ello el software libre SAGE.

## 1.12. Contenidos del programa / Course contents

1. Introducción a las ecuaciones diofánticas.
  - Curvas algebraicas planas.



Asignatura: Curso avanzado de Álgebra  
Código: 30071  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

- Ecuaciones lineales y cuadráticas. Teoremas de Legendre y Hozel.
- Ecuaciones de grado superior. Género de una curva. Cúbicas. Teorema de Faltings.
- 2. Curvas elípticas sobre los racionales.
  - Forma de Weierstrass. Cambios admisibles de variables. Modelo mínimo global. Teorema de Néron. Algoritmo de Tate.
  - Ley de grupo. Teorema de Poincaré. Teorema de Mordell.
  - Subgrupo de torsión. Teoremas de Lutz-Nagell y de Mazur.
  - Rango. Algunas conjeturas.
  - Puntos de coordenadas enteras. Teorema de Siegel.
- 3. Función L de una curva elíptica.
  - Curvas elípticas sobre cuerpos finitos.
  - Cota de Hasse.
  - Función zeta.
  - Función L de una curva elíptica
- 4. Curvas elípticas sobre los complejos.
  - Funciones elípticas. Función P de Weierstrass.
  - Ecuación diferencial para P.
  - Uniformización: Curva elíptica como superficie de Riemann. Género geométrico. Retículo.
  - Funciones Delta y j.
- 5. Formas modulares
  - Formas modulares de nivel 1. Operadores de Hecke. Producto escalar de Petersson. q-expansión.
  - Grupos de congruencias. Formas modulares de nivel superior. Formas cuspidales.
  - Formas nuevas y su cuerpo de coeficientes.
  - Función L de una forma cuspidal de nivel N. Ecuación funcional.
  - Dominio fundamental. Curvas modulares.
- 6. Modularidad.
  - Conjetura de Shimura-Taniyama-Weil: Teorema de Wiles et al.
  - Construcción explícita de una forma modular a partir de una curva elíptica definida sobre los racionales.
  - Construcción explícita de una curva elíptica definida sobre los racionales a partir de una forma modular nueva con coeficientes racionales.
  - Último Teorema de Fermat.
  - Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer.

### 1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- H. Cohen. Number theory. Vol. I y II. GTM 239 y 240. *Springer, New York*, 2007
- F. Diamond y J. Shurman. A first course in modular forms. GTM 228. Springer-Verlag, 2005.
- A.W. Knapp. Elliptic Curves. Princeton University Press, 1992.
- A. Lozano-Robledo. Elliptic curves, modular forms, and their L-functions. Student Mathematical Library, 58. AMS 2011.
- J.S. Milne. Elliptic Curves, BookSurge Publishers, 2006.



Asignatura: Curso avanzado de Algebra  
Código: 30071  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

- J.H. Silverman. The Arithmetic of Elliptic Curves (2nd Ed.). GTM 106, Springer-Verlag, 2009.
- J.H. Silverman y J. Tate. Rational points on elliptic curves. UTM. Springer-Verlag, 1992.
- W. A. Stein. Modular forms, a computational approach. AMS, 2007.

## 2. Métodos docentes / Teaching methodology

Clases presenciales, resolución de ejercicios, discusión personal con expertos y lecturas dirigidas.  
Tutorías programadas

## 3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

-Horas totales estimadas de trabajo del estudiante : 200

		Nº de horas	Porcentaje
Presencial	Clases teóricas	42h (21%)	66 h (33%)
	Tutorías	14h (7%)	
	Seminarios y trabajos	8h (4%)	
	Examen final	2h (1%)	
No presencial	Elaboración de problemas	40h (20%)	134 h (67%)
	Estudio semanal	88h (44%)	
	Preparación de examen (presentación)	6h (3%)	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS		200h	

## 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

Entrega y exposición oral de ejercicios. Elaboración y presentación oral de un trabajo sobre un tema relacionado con la asignatura.

Para aquellos alumnos que no obtengan el mínimo exigido para aprobar la asignatura se hará un examen final.



Asignatura: Curso avanzado de Algebra  
Código: 30071  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

Elaboración y presentación oral de un trabajo y/o realización de un examen final: 70%  
Entrega de ejercicios: 20%  
Seminarios y otros trabajos: 10%

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA: Examen ante tribunal de Máster

## 5. Cronograma\* / Course calendar

Semanas Weeks	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1 -2	Bloque 1	8	16
3-6	Bloque 2	16	32
7-8	Bloque 3	8	16
9-10	Bloque 4	8	16
11-13	Bloque 5	12	24
14	Bloque 6	4	10
15-16	Evaluaciones	10	20

\*Este cronograma tiene carácter orientativo.