Programa de Máster
"Matemáticas y Aplicaciones"
Departamento de Matemáticas (UAM)
Curso 2010-2011

Curso Avanzado de Análisis: Teoría de Calderón-Zygmund, Pesos y Operadores Elípticos
Profesor: José María Martell

Objetivo del curso

El objetivo de esto curso es presentar la teoría clásica de Calderón-Zygmund para posteriormente considerar un nuevo punto de vista que ha permitido estudiar operadores asociados al problema de Kato de los cuales no se tiene información útil sobre sus núcleos. Esta falta de suavidad del núcleo hace que la teoría clásica no resulte aplicable y que se necesiten resultados de acotación en ausencia de núcleos. Una de las herramientas fundamentales para estos resultados es la representación de los operadores en términos de un semigrupo que satisface desigualdades "off-diagonal". Se prestará especial atención a las desigualdades con pesos de Muckenhoupt tanto desde el punto de vista clásico como enriqueciendo esta teoría con resultados recientes sobre extrapolación.

Programa

1. Introducción:

1.1 Espacios de Lebesgue.

1.2 Desigualdades débiles.

1.3 Interpolación.

1.4 La reordenada decreciente. Espacios de funciones. BMO.

2. Teoría de Calderón-Zygmund:

2.1 Función maximal de Hardy-Littlewood.

2.2 Descomposición de Calderón-Zygmund. La transformada de Hilbert.

2.3 Operadores de Calderón-Zygmund.

2.4 El operador maximal agudo.

3. Desigualdades con peso:

3.1 Condición A_p. Desigualdad de Hölder inversa.

3.2 La clase A_∞. Factorización. Extrapolación de Rubio de Francia.

3.3 Desigualdades fuertes y débiles con peso para operadores de Calderón-Zygmund.

3.4 Desigualdades de buenas-λ. Aplicaciones.

4. Teoría de Calderón-Zygmund generalizada y operadores elípticos:

4.1 El problema de Kato.

4.2 Semigrupo, transformadas de Riesz, cálculo holomorfo y funciones cuadrado asociados a operadores elípticos.

4.3 Desigualdades "off-diagonal".

4.4 Teoría de Calderón-Zygmund para operadores singulares "no-integrales".

Bibliography

1. Auscher, P. On necessary and sufficient conditions for L^p-estimates of Riesz transforms associated to elliptic operators on R^n and related estimates. *Mem. Amer. Math. Soc.*, 186(871), 2007.

2. Duoandikoetxea, J. *Fourier analysis*, volume 29 of *Graduate Studies in Mathematics.* American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

3. García-Cuerva, J. y Rubio de Francia, J. L. *Weighted norm inequalities and related topics*, volume 116 of *North-Holland Mathematics Studies.* North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1985.

4. Grafakos, L. *Classical Fourier Analysis*, volume 249 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer, New York, 2nd edition, 2008.

5. Grafakos, L. *Modern Fourier Analysis*, volume 250 of *Graduate Texts in Mathematics.* Springer, New York, 2nd edition, 2008.