

**Programa de máster**  
**“Matemáticas y aplicaciones”**  
Departamento de Matemáticas (UAM)  
Curso 2010-2011

**Curso avanzado de Geometría**

**Profesor:** Ernesto Girondo

OBJETIVOS DEL CURSO

El programa propuesto es una introducción a la parte de la teoría de superficies de Riemann compactas necesaria para el estudio del Teorema de Belyi y la teoría de Dessins d'Enfants de Grothendieck, que es el objetivo final del curso. Se incluye en particular:

- Equivalencia entre superficies de Riemann compactas, grupos Fuchsianos y curvas algebraicas complejas.
- Exposición del Teorema de Belyi que caracteriza las superficies de Riemann compactas definibles sobre un cuerpo de números como revestimientos de la esfera con tres valores de ramificación (*funciones de Belyi*).
- Correspondencia entre funciones de Belyi ciertos grafos inmersos en superficies topológicas compactas (*dessins d'enfants*).
- Acción del grupo de Galois absoluto en el conjunto de dessins de una superficie.
- Estudio explícito de esta acción en algunos ejemplos.

PRERREQUISITOS

Conocimientos a nivel de Licenciatura/Grado sobre teoría de Galois, variable compleja, teoría de grupos y grupo fundamental de una superficie.

PROGRAMA

**1. Superficies de Riemann y curvas algebraicas**

- 1.1 Definiciones básicas. Morfismos. Diferenciales.
- 1.2 Topología de superficies de Riemann.
- 1.3 Curvas algebraicas, cuerpos de funciones y superficies de Riemann.

**2. Superficies de Riemann y grupos fuchsianos**

- 2.1 Uniformización.
- 2.2 Existencia de funciones meromorfas.

- 2.3 Grupos fuchsianos. Grupos triangulares.
- 2.4 Automorfismos de superficies de Riemann.
- 2.5 Monodromía.

### 3. El Teorema de Belyi

- 3.1 La contribución de Belyi.
- 3.2 Caracterización algebraica de morfismos Acción de Galois.
- 3.3 Superficies de Riemann y valoraciones. Acción de Galois en puntos.
- 3.4 El criterio de definabilidad sobre  $\overline{\mathbf{Q}}$ .

### 4. Dessins d'enfants

- 4.1 Definiciones básicas. La representación de un dessin por permutaciones.
- 4.2 Dessins d'enfants y pares de Belyi.
- 4.3 Descripción de dessins en términos de grupos fuchsianos. Dessins uniformes y regulares.
- 4.4 La acción de  $\text{Gal}(\overline{\mathbf{Q}})$  en dessins. Acción fiel.
- 4.5 Ejemplos.

### Bibliografía

1. Cohen, P.B., Itzykson, C. y Wolfart, J.(1994). Fuchsian triangle groups and Grothendieck dessins. Variations on a theme of Belyi. *Comm. Math. Phys.* 163, no. 3, 605-627.
2. Farkas, H.M. y Kra, I.(1992). *Riemann surfaces*. Springer-Verlag.
3. Gironde, E. y González Diez, G. *Introductory lecture notes on Riemann surfaces and dessins d'enfants* (aparecerá).
4. Grothendieck, A. Esquisse d'un Programme.
5. Jones, G.A. y Singerman, D. (1987). *Complex functions: an algebraic and geometric viewpoint*. Cambridge U. Press.
6. Lando, S.K. y Zvonkin, A.K. (2004) *Graphs on Surfaces and Their Applications*. Springer Verlag.
7. Miranda, R. (1995). *Algebraic Curves and Riemann Surfaces*. American Mathematical Society.
8. Schneps, L., ed. (1994). *The Grothendieck Theory of Dessins d'Enfants*. Cambridge U. Press.
9. Schneps, L. y Lochak, P., eds. (1997). *Geometric Galois Actions 1. Around Grothendieck's Esquisse d'un Programme*. Cambridge U. Press.
10. Wolfart, J. (2004). ABC for polynomials, dessins d'enfants and uniformization -a survey. *Elementare und analytische Zahlentheorie*, 313-345.