

Programa de Máster
“Matemáticas y aplicaciones”
Departamento de Matemáticas (UAM)
Año académico 2010-2011

Curso avanzado de Ecuaciones en Derivadas Parciales

Profesor: Irene Peral

ALCANCE Y OBJETIVOS DEL CURSO

El primer objetivo del curso es poner al alumno frente a diferentes técnicas para resolver ecuaciones elípticas y parabólicas no lineales que aparecen en modelos físicos, clásicos y nuevos. Los modelos que se consideran son elementales pero los resultados que se obtienen son paradigmáticos de comportamientos en situaciones más complicadas y generales. Principalmente serán objeto de atención problemas de reacción-difusión, crecimiento y transporte óptimo.

Como segundo objetivo se tratará de ayudar al alumno a aprender técnicas básicas en investigación, hallar y manejar la información bibliográfica necesaria y dispersa, escribir y exponer trabajos técnicos, etc.

PROGRAMA

1. Un problema elíptico en forma de divergencia

- 1.1 Existencia de las soluciones débiles.
- 1.2 Sumabilidad de las soluciones débiles respecto a la sumabilidad de los datos.
- 1.3 Resultados de Stampacchia.
- 1.4 El resultado de DeGiorgi
- 1.5 Operadores de Leray-Lions.

2. Problemas variacionales

- 2.1 Problema de autovalores de ecuaciones elípticas.
- 2.2 Minimización de un funcional.
- 2.3 Problemas de tipo Ambrosetti-Prodi.
- 2.4 Principio variacional de Ekeland y teoría de puntos críticos: Teorema de paso de la montaña.
- 2.5 Problemas críticos: Identidad de Pohozaev.
- 2.6 El método de concentración-compacidad. Teorema de Brezis-Nirenberg.

3. Soluciones de energía infinita

- 3.1 Existencia de solución de una ecuación lineal con dato $f \in L^m(\Omega)$, $1 \leq m < \frac{2N}{N+2}$. Soluciones de entropía, soluciones obtenidas como límite de aproximaciones.
- 3.2 La ecuación $-\Delta u = |\nabla u|^2 + f$, modelo estacionario de Kardar-Parisi-Zhang. Ecuaciones relacionadas.
- 3.3 Condiciones necesaria y suficiente para la existencia.
- 3.4 No unicidad: La ecuación de Laplace con dato medida.

4. Algunos problemas parabólicos

- 4.1 Problemas de Cauchy semilineales para la ecuación del calor.
- 4.2 Principios de comparación.
- 4.3 Existencia local en el tiempo.
- 4.4 El fenómeno de Fujita: explosión en tiempo finito.
- 4.5 Existencia global para datos pequeños
- 4.6 The Kardar-ParisiZhang growth model.

5. Problemas límite de EDP respecto a un parámetro

1. Preliminares y modelos.
2. Estimaciones básicas y paso al límite.
3. El operador Δ_∞ : soluciones de viscosidad.
4. Algunos resultados relacionados con el marco de transporte óptimo de Monge-Kantorovich.

Bibliografía

Libros

1. Ambrosetti, A.; Malchiodi, A. ; *Nonlinear analysis and semilinear elliptic problems*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 104. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.
2. Ambrosetti, A.; Malchiodi, A. ; *Perturbation methods and semilinear elliptic problems on R^n* . Progress in Mathematics, 240. Birkhäuser Verlag, Basel, 2006.
3. Ambrosetti, A. ; Prodi, G. ; *A primer of nonlinear analysis*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 34. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
4. Aubin, T. ; *A course in differential geometry*. Graduate Studies in Mathematics, 27. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
5. Brezis, H. ; *Analyse fonctionnelle. Théorie et Applications*, Masson, 1983.

6. Caffarelli, L. A.; Cabré, X. ; *Fully Nonlinear Elliptic Equations* American Mathematical Society, Colloquium Publications Vol 43, 1995.
7. Dacorogna, B.; *Direct Methods in the Calculus of Variations*, Springer-Verlag, 1989.
8. Evans, L. C ; *Partial differential equations*. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.
9. Evans, L. C.; Gariepy, R. F.; *Measure theory and fine properties of functions*. Studies in Advanced Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 1992.
10. Evans, L. C.; *Weak convergence methods for nonlinear partial differential equations*. CBMS Regional Conference Series in Mathematics, 74. Published for the Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC; by the American Mathematical Society, Providence, RI, 1990.
11. Giusti, E. ; *Metodi Diretti nel Calcolo delle Variazioni*, U.M.I. 1994.
12. Quittner, P.; Souplet, P. ; *Superlinear parabolic problems. Blow-up, global existence and steady states*. Birkhäuser Advanced Texts, Birkhäuser Verlag, Basel, 2007.
13. Vazquez, J. L.; *The Porous Medium Equation. Mathematical Theory* Clarendon Press, Oxford, 2007.
14. Villani, Cédric; *Optimal transport. Old and new*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften , 338. Springer-Verlag, Berlin, 2009.
15. Villani, Cédric; *Topics in optimal transportation*. Graduate Studies in Mathematics, 58. American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.

Articulos

Se estudiarán partes de algunos artículos que se precisarán sobre la marcha y que formarán parte del material para la evaluación del alumno.