

Curvas Algebraicas, Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Profesor: Adolfo Quirós, Curso: 2009-2010

Objetivos:

- Aprender los resultados básicos en el estudio de curvas algebraicas, en especial de las curvas elípticas.
- Aplicar al caso de curvas algebraicas algunas técnicas de Álgebra y Geometría Algebraica.

Programa

1. Variedades algebraicas y cuerpos de funciones.

- Variedades afines.
- Anillos de funciones.
- Complementos algebraicos: Anillos noetherianos. El Teorema de la Base de Hilbert.
- El Teorema de los Ceros de Hilbert.
- Puntos e ideales maximales.
- Morfismos y aplicaciones racionales.
- Dimensión.

2. Curvas proyectivas.

- Funciones en una curva proyectiva.
- Curvas proyectivas y valoraciones.

3. Curvas lisas y singulares.

- Singularidades. Blow-up.
- Valoraciones y dominios de Dedekind.

4. El Teorema de Riemann-Roch.

- Divisores.
- El Teorema de Riemann.
- El género de una curva.
- El Teorema de Riemann-Hurwitz.

5. Algunos resultados sobre curvas.

- El Teorema de Hurwitz.
- Inmersiones en el espacio proyectivo. La inmersión canónica. Curvas hiperelípticas.
- Grado de una curva. Clasificación de curvas.

6. Curvas elípticas.

- El grupo de puntos de una curva elíptica.
- Clasificación de curvas elípticas. El invariante j .

Temas complementarios (dependiendo del tiempo y de los intereses de los estudiantes)

7. Funciones Zeta de curvas sobre cuerpos finitos.

- Funciones Zeta de variedades.
- Las Conjeturas de Weil. La Hipótesis de Riemann (en esta situación).

8. Curvas elípticas y curvas modulares.

- Las curvas modulares $X_0(N)$ y $X_1(N)$.
- La "Conjetura de Shimura-Taniyama-Weil" y el último Teorema de Fermat.

Bibliografía

1. W. Fulton, Curvas Algebraicas, Reverté (1971). [Hay una edición en inglés posterior]
2. P. A. Griffiths, Introduction to algebraic curves. A. M. S. (1989).
3. J. Harris, Algebraic Geometry, a first course, Springer (1992).
4. R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Springer (1977).
5. Q. Liu, Algebraic Geometry and Arithmetic Curves, Oxford UP (2006)
6. D. Lorenzini, An Invitation to Arithmetic Geometry, American Mathematical Society (1996)
7. J. Milne, Algebraic Geometry, notas disponibles en <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/math631.html>
8. J. Milne, Elliptic Curves, notas disponibles en <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/math679.html>
9. M. Reid, Undergraduate algebraic geometry. Cambridge Univ. Press (1988).
10. I. Shafarevich, Basic Algebraic Geometry 1 (Varieties in Projective Space) and 2 (Schemes and Complex Manifolds), Second Revised and Expanded Edition. Springer-Verlag (1994).
11. J. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves, Springer (1986).
12. K. E. Smith y otros, An Invitation to Algebraic Geometry, Springer (2000).