

Programa de Máster
“Matemáticas y Aplicaciones”
Departamento de Matemáticas (UAM)
Curso 2010-2011

Métodos numéricos
Profesora: Julia Novo

OBJETIVOS DEL CURSO

El objetivo principal del curso es el estudio de diferentes métodos numéricos para la aproximación de ecuaciones en derivadas parciales. Comenzaremos con un estudio de métodos en diferencias finitas y su aplicación a problemas modelo estándar. Esto nos permitirá presentar los modelos de una forma sencilla pero tratando al mismo tiempo conceptos generales importantes como los de estabilidad y convergencia con el suficiente rigor matemático. Estudiaremos a continuación métodos de elementos finitos. Estos métodos representan una herramienta potente y muy general para aproximar las soluciones de ecuaciones en derivadas parciales. Haremos una introducción a la teoría matemática de estos métodos haciendo un especial hincapié en cuestiones teóricas como la precisión, fiabilidad y adaptatividad. Se discutirán también algunos aspectos prácticos relativos al desarrollo de algoritmos numéricos eficientes. Finalmente, nos concentraremos en el estudio de métodos espectrales. Este tipo de métodos fueron propuestos originalmente en el año 1944 como una herramienta para el cálculo a gran escala de problemas de la dinámica de fluidos. A lo largo del curso mostraremos diversos ejemplos utilizando el programa MATLAB y los estudiantes realizarán algunos programas sencillos que les servirán para asimilar los distintos conceptos teóricos.

PROGRAMA

1. Métodos en diferencias finitas

- 1.1 Ecuaciones parabólicas en una dimensión espacial.
- 1.2 Análisis elemental: consistencia, estabilidad y convergencia.
- 1.3 El teorema de equivalencia de Lax.
- 1.4 Problemas parabólicos multidimensionales. Problemas no lineales.

2. Métodos de elementos finitos

- 2.1 Soluciones débiles de problemas elípticos.
- 2.2 Aproximación de problemas elípticos.
- 2.3 Construcción de espacios de elementos finitos.
- 2.4 Análisis de error a priori.

2.5 Problemas de evolución.

2.6 Introducción a la dinámica de fluidos computacional: ecuaciones de Stokes y Navier-Stokes.

2.7 Técnicas de estimación de error a posteriori.

2.8 Métodos estabilizados para problemas de advección-difusión.

3. Introducción a los métodos espectrales.

3.1 Generalidades.

3.2 Problemas periódicos. Métodos de Fourier.

3.3 Problemas no periódicos. Métodos de Legendre y Chebyshev.

Bibliografía

1. Ainsworth M. and Oden J. T. *A posteriori Error Estimation in Finite Element Analysis*, Wiley, New York, 2000.
2. Brenner S. and Scott R. *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*, Springer-Verlag, 1994.
3. Canuto C., Hussaini M. Y., Quarteroni A. and Zang T. A. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, 1988.
4. Canuto C., Hussaini M. Y., Quarteroni A. and Zang T. A. *Spectral Methods. Fundamentals in Single Domains*, Springer, 2006.
5. Canuto C., Hussaini M. Y., Quarteroni A. and Zang T. A. *Spectral Methods: Evolution to complex geometries and applications to fluid dynamics*, Verlag, 2007.
6. Iserles A. *A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
7. Johnson C. *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*, Cambridge University Press, 1990.
8. Morton K. W. and Mayers D. F. *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
9. Quarteroni A. and Valli A. *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*, Springer Series in Computational Mathematics, 1997.
10. Roos H. G., Stynes M. & Tobiska L. *Numerical Methods for Singularly Perturbed Differential Equations-Convection-Diffusion and Flow Problems*, Springer Series in Computational Mathematics, 24, Springer-Verlag, 1996.
11. Strikwerda J. C. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*, Wadsworth, Pacific Grove, 1989.
12. Suli E. and Mayers D. *An introduction to Numerical Analysis*, Cambridge University Press, 2003.

13. Zienkiewicz O. C. y Taylor R. C. *El método de los elementos finitos, Volumen 1*, McGraw-Hill, Madrid, 1993.
14. Zienkiewicz O. C. y Taylor R. C. *El método de los elementos finitos, Volumen 2*, McGraw-Hill, Madrid, 1994.