



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Curvas Algebraicas

1.1. **Código / Course number**

30069

1.2. **Materia / Content area**

Álgebra

1.3. **Tipo / Course type**

Formación optativa/ [Elective subject](#)

1.4. **Nivel / Course level**

Máster M2 / [Master M2](#)

1.5. **Curso / Year**

2011/2012

1.6. **Semestre / Semester**

1º/ 1st ([Fall semester](#))

1.7. **Número de créditos / Credit allotment**

8 créditos ECTS / [8 ECTS credits](#)

1.8. **Requisitos previos / Prerequisites**

Es deseable que el alumno esté familiarizado con las herramientas básicas del Álgebra Conmutativa (por ejemplo, haber cursado Álgebra III)./ [Some previous knowledge of the basic tools in Commutative algebra \(like AlgebraIII\) is desirable.](#)

1.9. **Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / Minimum attendance requirement**

La asistencia es recomendable. / [Attedance is advisable.](#)



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

1.10. Datos del equipo docente / Faculty data

Docente(s) / Lecturer(s) Ana Bravo Zarza
Departamento de Matemáticas/ Department of Mathematics
Facultad Ciencias / Faculty Sciences
Despacho - Módulo / Office – Module 212-8
Teléfono / Phone: +34 91 497 2997
Correo electrónico/Email: ana.bravo@uam.es
Página web/Website: www.uam.es/ana.bravo.htm
Horario de atención al alumnado: Previa cita/Office hours: By appointment.

1.11. Objetivos del curso / Course objectives

El curso es una introducción a la Geometría Algebraica en la que se presta especial atención a la teoría de curvas algebraicas. En particular, se estudiarán las curvas elípticas, requisito necesario para el curso de Criptografía que se imparte en el segundo semestre.

The course is an introduction to the basics of Algebraic Geometry. Special attention will be paid to the theory of algebraic curves. In particular elliptic curves will be studied as a prerequisite to the course on Cryptography to be taught on the second semester.

1.12. Contenidos del programa / Course contents

Programa

1. Introducción: Variedades algebraicas y cuerpos de funciones
 - 1.1 Variedades algebraicas afines. Anillos de coordenadas.
 - 1.2 Anillos noetherianos. El Teorema de la base de Hilbert.
 - 1.3 El Teorema de los ceros de Hilbert.
 - 1.4 Morfismos y funciones racionales.
2. Curvas algebraicas proyectivas
 - 2.1 Funciones algebraicas en una curva proyectiva.
 - 2.2 Valoraciones.
 - 2.3 Singularidades.
 - 2.4 Explosiones.
3. El Teorema de Riemman-Roch
 - 3.1 Divisores.
 - 3.2 El Teorema de Riemman.
 - 3.3 El divisor canónico. El género de una curva.
 - 3.4 El Teorema de Riemann-Roch.
4. Algunos resultados sobre curvas
 - 4.1 El Teorema de Hurwitz.
 - 4.2 Inmersiones en el espacio proyectivo. La inmersión canónica.
 - 4.3 Curvas hiperelípticas.
 - 4.4 El grado de una curva. Clasificación de las curvas.



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

- 5. Curvas elípticas
- 5.1 La ley de grupo.
- 5.2 Clasificación de las curvas elípticas. El invariante j .

Contents

- 1. Introduction: Algebraic varieties and function fields
 - 1.1 Affine algebraic varieties. Coordinate rings.
 - 1.2 Noetherian rings. Hilbert's basis Theorem.
 - 1.3 Hilbert's Nullstellensatz.
 - 1.4 Morphisms and rational functions.
- 2. Algebraic projective curves
 - 2.1 Algebraic functions on a projective curve.
 - 2.2 Valuations.
 - 2.3 Singularities.
 - 2.4 Blow-up.
- 3. Riemann-Roch Theorem
 - 3.1 Divisors.
 - 3.2 Riemann's Theorem.
 - 3.3 The Canonical Divisor. The genus of a curve.
 - 3.4 Riemann-Roch's Theorem.
- 4. Some results about curves
 - 4.1 Hurwitz's Theorem.
 - 4.2 Embeddings in the projective space. The canonical embedding.
 - 4.3 Hyperelliptic curves.
 - 4.4 The degree of a curve. Classification of curves.
- 5. Elliptic curves
 - 5.1 The group law.
 - 5.2 Classification of elliptic curves. The j -invariant.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- 1. W. Fulton, Algebraic Curves, Addison Wesley Publishing Company, March 1989.
- 2. J. Harris, Algebraic Geometry: A First course, Graduate Texts in Mathematics 133, Springer-Verlag 1992.
- 3. R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Graduate Texts in Mathematics 52, Springer-Verlag 1977.
- 4. E. Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhäuser, 1985.
- 5. Q. Liu, Algebraic Geometry and Arithmetic Curves (Oxford Graduate Texts in Mathematics) Oxford University Press, New edition (2006).



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: M2
 Tipo: Optativa
 Nº de créditos: 8 ECTS

6. D. Lorenzini, An Invitation to Arithmetic Geometry, A.M.S. (1996).
 7. C. Peskine, An Algebraic Introduction to Complex Projective Geometry (I. Commutative Algebra) Cambridge studies in advanced mathematics 47 (1996).
 8. M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, London Mathematical Society Student Texts 12, Cambridge University Press 1988.
 9. I. S. Shafarevich, Basic Algebraic Geometry 1, 2, second edition, Springer-Verlag 1994.
 10. J. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves, Springer (1986).
 11. K.E. Smith, L. Kahanpää, P. Kekäläinen, W. Traves, An Invitation to Algebraic Geometry, Universitext, Springer-Verlag, 2000.

2. Métodos docentes / Teaching methodology

- Clase magistral.
- Aprendizaje basado en problemas.

Dinámica docente

Clases teóricas: exposición oral por parte del profesor de los contenidos teóricos fundamentales de cada tema. Formación optativa.

Problemas: periódicamente se publicarán listas de problemas en la página web de la asignatura que el alumno deberá trabajar y entregar en el plazo señalado.

- Lectures.
- Problem sessions.

Teaching methodology

Lectures: teacher's explanations on the contents of each topic. Programmed tutoring sessions
 Assignments: problems sheets will be posted periodically on the course web page with due dates announced.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	Porcentaje
Presenciales	Clases teóricas/ Lectures	50	35%
	Clases prácticas/Problem sessions	0	
	Tutorías/ Guided work	20	
No presenciales	Realización de actividades prácticas / Exercises-Problems	55	65%
	Estudio semanal / Study	60	
	Realización de trabajos / presentations	15	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS / Work load: 25 hours x 8 ECTS		200 h	



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

La nota final de la asignatura ser el resultado de una media ponderada entre las calificaciones obtenidas por los problemas y trabajos entregados durante el cuatrimestre, junto con un trabajo final de curso:

$$NP = \text{Nota de problemas} = 0.3 * (\text{Problemas grupo}) + 0.7 * (\text{Problemas individual})$$

$$NT = \text{Nota de trabajos} = 0.3 * (\text{Trabajos grupo}) + 0.7 * (\text{Trabajos individual})$$

$$\text{Nota final de la asignatura} = 0.5 * NP + 0.5 * NT$$

The final grade is computed as follows:

$$NP = \text{Grade in exercises} = 0.3 * (\text{Exercises solved in group}) + 0.7 * (\text{Exercises solved individually})$$

$$NT = \text{Grade in expositions} = 0.3 * (\text{Work done in group}) + 0.7 * (\text{Individual work})$$

$$\text{Final grade} = 0.5 * NP + 0.5 * NT$$

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / Make up exam: Examen ante tribunal de Máster / Examination by a committee.

5. Cronograma* / Course calendar

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1-4	Tema 1: Introducción: variedades algebraicas y cuerpos de funciones / Introduction: algebraic varieties and function fields.	17	31
5-7	Tema 2: Curvas algebraicas proyectivas / Algebraic projective curves	13	24
8-12	Tema 3: El Teorema de Riemman-Roch / Riemman-Roch Theorem	20	38
13-15	Tema 4: Algunos resultados sobre curvas / Some results on curves	14	27
15-16	Tema 5: Curvas Elípticas / Elliptic curves	6	10

*Este cronograma tiene carácter orientativo.