



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Depto. Matemáticas, Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Curso Avanzado de Análisis / [Advanced Course in Analysis](#)

1.1. Código / **Course number**

30073

1.2. Materia / **Content area**

Análisis Matemático / [Mathematical Analysis](#)

1.3. Tipo / **Course type**

Formación optativa / [Elective subject](#)

1.4. Nivel / **Course level**

Máster / [Master \(second cycle\)](#)

1.5. Curso / **Year**

2011/2012

1.6. Semestre / **Semester**

2º / [2nd \(Spring semester\)](#)

1.7. Número de créditos / **Credit allotment**

8 créditos ECTS / [8 ECTS credits](#)

1.8. Requisitos previos / **Prerequisites**

Es muy recomendable haber cursado la asignatura de Fund. Análisis Matemático / [Students are highly recommended to have already taken the course Foundations of Mathematical Analysis.](#)

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia es muy recomendable / [Attendance is highly recommended](#)



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Depto. Matemáticas, Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

1.10. Datos del equipo docente / Faculty data

Docente(s) / Lecturer(s) José María Martell Berrocal
Departamento de / Department of Matemáticas
Facultad / Faculty Ciencias
Despacho - Módulo / Office – Module C-17
Teléfono / Phone: +34 91 497 4946
Correo electrónico/Email: chema.martell@icmat.es
Página web/Website:
Horario de atención al alumnado/Office hours: Bajo petición/ Upon request

1.11. Objetivos del curso / Course objectives

El objetivo de este curso es presentar la teoría clásica de Calderón-Zygmund para posteriormente considerar un nuevo punto de vista que ha permitido estudiar operadores asociados al problema de Kato de los cuales no se tiene información útil sobre sus núcleos. Esta falta de suavidad del núcleo hace que la teoría clásica no resulte aplicable y que se necesiten resultados de acotación en ausencia de núcleos. Una de las herramientas fundamentales para estos resultados es la representación de los operadores en términos de un semigrupo que satisface desigualdades “off-diagonal”. Se prestará especial atención a las desigualdades con pesos de Muckenhoupt tanto desde el punto de vista clásico como enriqueciendo esta teoría con resultados recientes sobre extrapolación.

In this course we will start with the classical Calderón-Zygmund theory. We will further study operators associated to the Kato problem which may not be represented by “usable” kernels. The lack of smoothness on the kernels makes the classical theory inapplicable and we will need to develop a generalized Calderón-Zygmund theory in absence of kernels. One of the main tools for those results is the representation of the operators in question in terms of a semi-group that satisfies “off-diagonal” estimates. We will pay special attention to the estimates with Muckenhoupt weights both from the classical point of view and also with the recent extrapolation results that enrich this theory.

1.12. Contenidos del programa / Course contents

1.- Introducción: Función maximal de Hardy-Littlewood. El teorema de diferenciación de Lebesgue. Aplicaciones. Descomposición de Calderón-Zygmund. Desigualdades débiles y fuertes. Interpolación.

2.- Teoría de Calderón-Zygmund: Las transformadas de Hilbert y de Riesz. Operadores de Calderón-Zygmund y sus acotaciones. El operador maximal agudo. BMO y H_1 . Teoremas T1 y Tb.

3.- Desigualdades con peso: Condición A_p . Desigualdad de Hölder inversa. La clase A_∞ . Factorización. Extrapolación de Rubio de Francia. Desigualdades fuertes y débiles con peso para operadores de Calderón-Zygmund. Aplicaciones.

4.- Teoría de Calderón-Zygmund generalizada y operadores elípticos: El problema de Kato. Semigrupo, transformadas de Riesz, cálculo holomorfo y funciones cuadrado asociados a operadores elípticos. Desigualdades “off-diagonal”. Teoría de Calderón-Zygmund para operadores singulares “no-integrales”.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Depto. Matemáticas, Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

1.- Introduction: Hardy-Littlewood maximal function. Lebesgue's differentiation theorem. Applications. The Calderón-Zygmund decomposition. Weak and strong type inequalities. Interpolation.

2.- Calderón-Zygmund Theory: Hilbert and Riesz transforms. Boundedness properties of Calderón-Zygmund operators. Sharp maximal function. BMO and H_1 . T_1 and T_b theorems.

3.- Weighted norm inequalities: A_p condition. Reverse Hölder inequality. The class A_∞ . Factorization. Rubio de Francia extrapolation. Weighted strong and weak type inequalities for Calderón-Zygmund operators. Good- λ inequalities. Applications.

4.- Generalized Calderón-Zygmund theory and elliptic operators: Kato problem. Semigroup, Riesz transforms, functional calculi and square functions associated to elliptic operators. "Off-diagonal" estimates. Calderón-Zygmund theory for singular "non-integral" operators.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

P. Auscher. On necessary and sufficient conditions for L^p -estimates of Riesz transforms associated to elliptic operators on \mathbb{R}^n and related estimates. Mem. Amer. Math. Soc., 186(871), 2007.

D. Cruz-Uribe, J.M. Martell and C. Pérez. Weights, Extrapolation and the Theory of Rubio de Francia, volume 215 of Operator Theory: Advances and Applications. Birkhäuser Verlag, Basel, 2011.

J. Duoandikoetxea. Fourier analysis, volume 29 of Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

J. García-Cuerva and J.L. Rubio de Francia. Weighted norm inequalities and related topics, volume 116 of North-Holland Mathematics Studies. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1985.

L. Grafakos. Classical Fourier Analysis, volume 249 of Graduate Texts in Mathematics. Springer, New York, 2nd edition, 2008.

L. Grafakos. Modern Fourier Analysis, volume 250 of Graduate Texts in Mathematics. Springer, New York, 2nd edition, 2008.

2. Métodos docentes / Teaching methodology

Clases teóricas impartidas por el profesor y con interacción con los estudiantes. Tutorías programadas. Podrá haber algunas sesiones de resolución de problemas por parte de los alumnos. En la parte final del curso habrá exposiciones orales de los alumnos sobre los trabajos asignados.

Theoretical classes taught by the instructor with the interaction of the students. Programmed tutoring sessions. There may be some problem sessions run by the students. At the end of the course there will be talks delivered by the students on some assigned topics.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Depto. Matemáticas, Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

| | | Nº de horas | Porcentaje |
|--|--------------------------------------|-------------|----------------|
| Presencial | Clases teóricas | 42h (21%) | 66 h (33%) |
| | | | |
| | Tutorías | 14h (7%) | |
| | Seminarios y trabajos | 8h (4%) | |
| | Examen / exposición final | 2h (1%) | |
| No presencial | Elaboración de problemas | 40h (20%) | 134 h (67%) |
| | Estudio semanal | 88h (44%) | |
| | Preparación de examen (presentación) | 6h (3%) | |
| Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS | | 200h | |

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

Durante las clases se asignaran problemas para que los estudiantes completen las notas del curso. Estos ejercicios serán entregados periódicamente y evaluados por el profesor. Cada estudiante presentará un trabajo escrito y hará una exposición oral sobre algunos de los temas del curso (artículo de investigación, capítulo de libro, etc.).

Examen final (elaboración y presentación oral de un trabajo): 70%

Entrega de ejercicios: 20%

Seminarios y trabajos: 10%

During the classes some problems will be left for the students to complete their notes. These exercises will be collected periodically and graded by the instructor. Each student will need to present (both written and in a seminar) a project on some assigned topic related to the course (e.g., research paper, chapter from a book).

Final exam (preparation and communication of a project): 70%

Homework assignments: 20%

Seminars and other tasks: 10%

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / **Make up exam**: Examen ante tribunal de Máster / examination by a committee



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 30073
Centro: Depto. Matemáticas, Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

5. Cronograma* / Course calendar

| Semanas Weeks | Contenido Contents | Horas presenciales Contact hours | Horas no presenciales Independent study time |
|------------------|------------------------|-------------------------------------|--|
| 1 -3 | Capítulo 1 / Chapter 1 | 12 | 24 |
| 4-6 | Capítulo 2 / Chapter 2 | 12 | 24 |
| 7-10 | Capítulo 3 / Chapter 3 | 16 | 32 |
| 11-14 | Capítulo 4 / Chapter 4 | 16 | 34 |
| 15-16 | Evaluaciones | 10 | 20 |

*Este cronograma tiene carácter orientativo.