



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curvas Algebraicas / Algebraic curves

1.1. Código / Course number

30069

1.2. Materia / Content area

Álgebra / Algebra

1.3. Tipo / Course type

Formación optativa/ Elective subject

1.4. Nivel / Course level

Máster/ Master (second cycle)

1.5. Curso / Year

2012/ 2013

1.6. Semestre / Semester

1º/ 1st (Fall semester)

1.7. Número de créditos / Credit allotment

8 créditos ECTS/ 8 ECTS credits

1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Es deseable que el alumno esté familiarizado con las herramientas básicas del Álgebra Conmutativa (por ejemplo, haber cursado Álgebra III) y de la teoría de funciones de variable compleja (haber cursado Variable compleja I). / Some previous knowledge of the basic tools in Commutative algebra and Complex Variables is desirable.



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia es recomendable. / [Attendance is advisable.](#)

1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Docente(s) / [Lecturer\(s\) Rafael Hernández García](#)
Departamento de Matemáticas/ [Department of Mathematics](#)
Facultad Ciencias / [Faculty Sciences](#)
Despacho - Módulo / [Office - Module 17-512](#)
Teléfono / [Phone](#): +34 91 497 4258
Correo electrónico/[Email](#): rafael.hernandez@uam.es
Página web/[Website](#): moodle.mat.uam.es/moodle
Horario de atención al alumnado: Previa cita/[Office hours](#): By appointment.

1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

El curso es una introducción a la Geometría Algebraica, usando fundamentalmente métodos Geométricos y de variable compleja, en la que se presta especial atención a la teoría de curvas algebraicas. En particular, se estudiarán las curvas elípticas, requisito necesario para el curso de Criptografía que se imparte en el segundo semestre.

The course is an introduction to the basics of Algebraic Geometry using mainly geometric methods and complex variables. Special attention will be paid to the theory of algebraic curves. In particular elliptic curves will be studied as a prerequisite to the course on Cryptography to be taught on the second semester.

1.12. Contenidos del programa / **Course contents**

Programa



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

1. Superficies de Riemann compactas

- 1.1 Definición. Ejemplos. Funciones holomorfas y meromorfas. El teorema de los residuos.
- 1.2 Topología de las superficies de Riemann. Revestimientos.
- 1.3 Variedades complejas. El espacio proyectivo. Dimensión. Morfismos.

2. Curvas algebraicas planas

- 2.1 Estudio local: multiplicidad, ramas analíticas, desingularización.
- 2.2 Estudio global: grado, teoría de intersección en el plano, teorema de Bezout y teorema de Max Noether.

3. El Teorema de Riemann-Roch

- 3.1 Divisores. Haces de línea. Diferenciales.
- 3.2 El Teorema de Riemann.
- 3.3 El Teorema de Riemann-Roch.

4. Algunos resultados sobre curvas

- 4.1 Inmersiones en el espacio proyectivo. La inmersión canónica.
- 4.2 Teorema de Castelnuovo. Clasificación de las curvas.
- 4.3 Curvas de grado bajo. Curvas de género bajo. Curvas de género maximal en el espacio.

5. Introducción a los métodos algebraicos

- 5.1 Teorema de la base, lema de normalización y teorema de los ceros.
- 5.2 Descomposición primaria.
- 5.3 Dimensión.
- 5.4 Morfismos y cálculo diferencial.

Contents

1. Compact Riemann surfaces

- 1.1 Definition. Examples. Holomorphic and meromorphic functions. Theorem of residues.
- 1.2 Topology of Riemann surfaces. Coverings.
- 1.3 Complex varieties. Projective space. Dimension. Morphisms.

2. Plane projective curves

- 2.1 Local theory: multiplicity, analytic branches, desingularization.
- 2.2 Global theory: degree, intersection theory, Bezout's theorem, Max Noether's theorem.

3. Riemann-Roch Theorem

- 3.1 Divisors. Line bundles. Differentials.



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

3.2 Riemann's Theorem.

3.3 Riemann-Roch's Theorem.

4. Some results about curves

4.1 Embeddings in the projective space. The canonical embedding.

4.2 Castelnuovo's theorem. Classification of curves.

4.3 Low degree curves. Low genus and maximal genus curves.

5. Introduction to algebraic methods

5.1 Hilbert's basis theorem and Nullstellensatz. Normalization lemma.

5.2 Primary decomposition and irreducible components.

5.3 Dimension.

5.4 Morphisms and differential calculus.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

Textos básicos/ Basic texts:

- 1.R. Miranda, Algebraic curves and Riemann surfaces, AMS, (1991).
- 2.F. Kirwan, Complex algebraic curves, LMS, (1992).
- 3.P. Griffiths, Introduction to algebraic curves, AMS, (1989).
- 4.D. Perrin, Algebraic Geometry, Springer, (2008).
- 5.M. Reid, Undergraduate algebraic geometry, LMS, (1988).
- 6.M. Reid, Undergraduate commutative algebra, LMS, (1995).

Otros textos / Other:

1. W. Fulton, Algebraic Curves, Addison Wesley Publishing Company, March 1989.
2. J. Harris, Algebraic Geometry: A First course, Graduate Texts in Mathematics 133, Springer-Verlag 1992.
3. R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Graduate Texts in Mathematics 52, Springer-Verlag 1977.
4. E. Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhäuser, 1985.



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 Nº de créditos: 8 ECTS

5. Q. Liu, Algebraic Geometry and Arithmetic Curves (Oxford Graduate Texts in Mathematics) Oxford University Press, Newedition (2006).

6. D. Lorenzini, An Invitation to Arithmetic Geometry, A.M.S. (1996).

7. C. Peskine, An Algebraic Introduction to Complex Projective Geometry (I. Commutative Algebra) Cambridge studies in advanced mathematics 47 (1996).

8. I. S. Shafarevich, Basic Algebraic Geometry 1, 2, second edition, Springer-Verlag 1994.

9 . J. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves, Springer (1986).

10 . K.E. Smith, L. Kahanpää, P. Kekäläinen, W. Traves, An Invitation to Algebraic Ge-
ometry, Universitext, Springer-Verlag, 2000.

2. **Métodos docentes / Teaching methodology**

- Clase magistral.
- Aprendizaje basado en problemas.

Dinámica docente

Clases teóricas: exposición oral por parte del profesor de los contenidos teóricos fundamentales de cada tema.

Problemas: periódicamente se publicarán listas de problemas en la página web de la asignatura que el alumno deberá trabajar y entregar en el plazo señalado.

- Lectures.
- Problem sessions.

Teaching methodology

Lectures: teacher’s explanations on the contents of each topic.
 Assignments: problems sheets will be posted periodically on the course web page with due dates announced.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	Porcentaje
--	--	-------------	------------



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 Nº de créditos: 8 ECTS

Presenciales	Clases teóricas	50	35%
	Clases prácticas	0	
	Tutorías	20	
No presenciales	Realización de actividades prácticas	55	65%
	Estudio semanal	60	
	Realización de trabajos	15	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS		200 h	

		Hours	Percentage
Contact hours	Lectures	50	35%
	Problem sessions	0	
	Guided work	20	
Independents study	Exercises/problems	55	65%
	Study	60	
	Expositions	15	
Work load: 25 hours x 8 ECTS		200 h	

4. **Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

La nota final de la asignatura ser el resultado de una media ponderada entre las calificaciones obtenidas por los problemas y trabajos entregados durante el cuatrimestre, junto con un trabajo final de curso:

NP= Nota de problemas=0.3*(Problemas grupo)+0.7*(Problemas individual)
 NT=Nota de trabajos=0.3*(Trabajos grupo)+0.7*(Trabajos individual)

Nota final de la asignatura=0.5*NP+0.5*NT

The final grade is computed as follows:



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

$NP = \text{Grade in exercises} = 0.3 * (\text{Exercises solved in group}) + 0.7 * (\text{Exercises solved individually})$
 $NT = \text{Grade in expositions} = 0.3 * (\text{Work done in group}) + 0.7 * (\text{Individual work})$

$\text{Final grade} = 0.5 * NP + 0.5 * NT$

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / [Make up exam](#):
Examen ante tribunal de Máster/ [Examination by a committee](#).

5. **Cronograma*** / [Course calendar](#)

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1-4	Tema 1	17	31
5-7	Tema 2	13	24
8-12	Tema 3	20	38
13-15	Tema 4	14	27
15-16	Tema 5	6	10

*Este cronograma tiene carácter orientativo.