



Asignatura: Curso avanzado de Álgebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

1 ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Curso Avanzado de Álgebra / [Advanced Course in Algebra](#)

1.1 Código / **Course number**

30071

1.2 Materia / **Content area**

Álgebra / [Algebra](#)

1.3 Tipo / **Course type**

Formación optativa / [Elective course](#)

1.4 Nivel / **Course level**

Máster M2 / [Master M2](#)

1.5 Curso / **Year**

2012-2013

1.6 Semestre / **Semester**

2º / [2nd \(Spring semester\)](#)

1.7 Número de créditos / **Credit allotment**

8 créditos ECTS / [8 ECTS credits](#)

1.8 Requisitos previos / **Prerequisites**

Conocimientos básicos de teoría de grupos, teoría de anillos y teoría de cuerpos a nivel de cursos de *Estructura Algebraicas* y *Teoría de Galois* (ver Plan de Estudios de Grado en Matemáticas).

[Background on group theory and ring theory](#) at the level of the courses *Algebraic structures* and *Galois theory* (see the corresponding Programmes in the webpage of the Mathematics Department).



Asignatura: Curso avanzado de Algebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

1.9 Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

80% de las clases / **80% of the classes**

1.10 Datos del equipo docente / **Faculty data**

Docente(s) / **Lecturer(s)** Andrei Jaikin
Departamento de Matemáticas / **Department of Mathematics**
Facultad / **Faculty** Ciencias
Despacho - Módulo / **Office - Module** 01.17.312
Teléfono / **Phone**: +34 91 4975256
Correo electrónico/**Email**: andrei.jaikin@uam.es
Página web/**Website**: <http://www.uam.es/ajaikin>
Horario de atención al alumnado/**Office hours**: Miércoles de 10:00 a 11:30 h / **Wednesdays from 10:00 to 11:30 h.**

1.11 Objetivos del curso / **Course objectives**

Nature is inherently noncommutative just try putting on your shoes and socks in the wrong order and noncommutative structures are increasingly important throughout mathematics and physics. In this course, we will examine in detail some of the most important noncommutative algebras that appear in nature" and prove some of the basic structure theorems about noncommutative rings. One of the most basic such algebras is the quaternions. Another is the Weyl algebra sometimes called the "algebra of quantum mechanics" since its structure encodes the Uncertainty Principle, and sometimes called a ring of differential operators since it encodes the algebraic aspects of differential equations. In this course you will explore the structure of these and other interesting rings and investigate their applications to modules, Jordan Canonical Forms and group representations, among other topics.



Asignatura: Curso avanzado de Algebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

1.12 Contenidos del programa / **Course contents**

- 1. Preliminares** Grupos, anillos, álgebras.
- 2. Módulos** Módulos, homomorfismos, módulos de longitud finita, el Teorema de Jordan-Holder, productos tensoriales.
- 3. El lenguaje de categorías** Definiciones básicas, ejemplos, variedades de grupos, PI-álgebras
- 4. Módulos y anillos semisimples** Módulos simples y semisimples, anillos de endomorfismos, anillos semisimples, el teorema de Wedderburn, la estructura de álgebras simple de dimensión finita.
- 5. Representaciones de grupos** Representaciones, álgebra de grupo, el teorema de Mashke.
- 6. Radical de Jacobson** Definición de radical de Jacobson y sus caracterizaciones, el lema de Nakayama, el teorema de Hopkins, el teorema de densidad, anillos y ideales primitivos.
- 7. Álgebras centrales simples** Producto tensorial de álgebras simples, el teorema de Skolem-Noether, el teorema de doble centralizador. Teorema de Wedderburn sobre anillos de división finitos. El teorema de Frobenius sobre **R**-álgebras centrales simples.
- 8. Otros radicales en anillos no conmutativos** Ideales primos, radical primo, nil-ideales, nil-radical, el teorema de Levitzky
- 9. Módulos no descomponibles:** Módulos no descomponibles, anillos locales, el teorema de Krull-Schmidt.
- 10. Anillos noetherianos** Anillos graduados, filtrados, productos cruzados, álgebras de Weyl, álgebras envolventes de álgebras de Lie, álgebras afines.



Asignatura: Curso avanzado de Algebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

1. Preliminaries: groups, rings, algebras.
 2. Modules: modules, homomorphisms, modules of finite length, the Jordan-Holder Theorem, tensor products, modules over PID.
 3. The language of categories: basic definition, examples, group varieties, PI-algebras.
 4. Semisimple modules and algebras: simple and semisimple modules, endomorphism rings, the Wedderburn theorem.
 5. Group representations: group algebra, the Maschke theorem, representations and characters.
 6. Jacobson radical: characterizations of Jacobson radical, the Nakayama lemma, the Hopkins theorem, the density theorem, primitive rings and ideals.
 7. Central simple algebras: tensorial product of simple algebras, the Skolem-Noether theorem, the theorem of double centralizer, finite division rings, central simple algebras over reals.
 8. Other radicals: prime ideals, prime radicals, nil ideals, nil radical, the Levitzky theorem.
 9. Non decomposable modules: the Krull-Schmidt theorem.
 10. Noetherian rings: graded rings, filtered rings, crossed products, Weyl algebras, enveloping algebras.
- Further topics: quotient rings, the Goldie theorem, Brauer group, the Burnside (p,q) -theorem, dimensions in Noetherian rings, free rings, PI algebras.



Asignatura: Curso avanzado de Algebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

1.13 Referencias de consulta / **Course bibliography**

- B. Farb, R.K. Dennis, Noncommutative algebra.
- T. Y. Lam, A first course in Noncommutative rings
- Lang, Algebra
- V. S. Krishan, An introduction to category theory.
- M. Isaacs, Character theory.
- K. R. Goodearl, R. B. Warfield, An introduction to noncommutative noetherian rings.
- R. S. Pierce, Associative algebras

2 Métodos docentes/ **Teaching methodology**

Clases presenciales y discusión personal a través de tutorías o lecturas dirigidas. Presentación de trabajos.

[Classroom sessions and personal discussion via tutorship activities or guided readings. Written essays based on the classroom materials.](#)

3 Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

		Nº de horas	
Presencial	Clases teóricas	42h (21%)	66h (33%)
	Tutorías	14h (7%)	
	Seminarios y trabajos	8h (4%)	
	Examen final	2h (1%)	
No presencial	Elaboración de problemas	40h(20%)	134h (67%)
	Estudio semanal	88h(44%)	
	Preparación de examen (presentación)	6h (3%)	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS		200 h	



Asignatura: Curso avanzado de Algebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

4 Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

Examen y/o elaboración de un trabajo, entrega de ejercicios, grado de participación en clase, presentaciones orales.

Elaboración y presentación oral de un trabajo y/o realización de un examen final: 70%

Entrega de ejercicios: 20%

Presentaciones orales y otros trabajos: 10%

Exam and/or a written essay based on the course materials, resolution of proposed exercises. The participation in the classes, as well as the quality of the oral presentations will be taken into account for the final grade.

Preparation and oral presentation of a written essay and/or final exam: 70%

Solutions to the proposed exercises: 20%

Oral presentations and other work: 10%

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / Make up exam:

Examen ante tribunal de Máster / Examination by a committee.

5 Cronograma* / Course calendar

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1	Part 1	4	4
2	Part 2	4	7
3	Part 2	4	7
4	Part 3	4	7
5	Part 4	4	7
6	Part 5	4	7
7	Part 6	4	7
8	Part 7	4	7
9	Part 7	4	7
10	Part 8	4	7



Asignatura: Curso avanzado de Algebra
Código: 30071
Centro: Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
No de créditos: 8

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
11	Part 9	4	7
12	Part 10	4	7
13	Part 10	4	7
14	Exposición de trabajos por los alumnos / presentation of students' works	7	23
15	Exposición de trabajos por los alumnos / presentation of students' works	7	23

***Este cronograma tiene carácter orientativo / This course calendar should be considered just as an approximate guidance.**