



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

ASIGNATURA / COURSE TITLE

Seminario avanzado de aplicaciones

1.1 Código / Course number

31096

1.2 Materia / Content area

Mecánica geométrica y aplicaciones en control.
[Geometric mechanics and control applications.](#)

1.3 Tipo / Course type

Formación Optativa / [Elective subject](#)

1.4 Nivel / Course level

Máster Nivel M2

1.5 Curso / Year

2012/2013

1.6 Semestre / Semester

Segundo/[Second \(Spring semester\)](#)

1.7 Número de créditos / Credit allotment

8 ECTS

1.8 Requisitos previos / Prerequisites

Son necesarios unos conocimientos básicos de álgebra lineal, cálculo tensorial, ecuaciones diferenciales y geometría diferencial, por lo que es altamente recomendable haber cursado los respectivos cursos de la licenciatura o grado.



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

Basic knowledge of linear algebra, tensor calculus, differential equations and differential geometry is necessary. Hence, it is highly recommended to have taken the corresponding courses of the bachelor's degree.

1.9 Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia a clase es muy recomendable.

The attendance to the lectures is highly recommended.

1.10 Datos del equipo docente / **Faculty data**

Docente(s) / Lecturer(s) Manuel de León, David Martín de Diego, María Barbero Liñán.

Instituto de Ciencias Matemáticas ICMAT / Institute for Mathematical Sciences ICMAT

Despacho - Módulo / Office - 411, 417.

Teléfono / Phone:

Correo electrónico/Email: mdeleon@icmat.es, david.martin@icmat.es, mbarbero@icmat.es

Página web/Website: <http://www.mat.csic.es/fichapersonal.php?id=2>, <http://www.mat.csic.es/fichapersonal.php?id=3>,

<http://www.icmat.es/miembros/mbarbero/>

Horario de atención al alumnado/Office hours: by appointment

1.11 Objetivos del curso / **Course objectives**

Este curso está dirigido a licenciados e ingenieros con conocimientos básicos de álgebra lineal, análisis matemático, geometría diferencial y física. Con las herramientas de la geometría diferencial se describirá la mecánica clásica desde un punto de vista del formalismo lagrangiano y hamiltoniano. Se introducirán desde esta perspectiva diferentes caracterizaciones de integrabilidad de estos sistemas dinámicos, la teoría de reducción y simetrías, el estudio de sistemas mecánicos con ligaduras, incluyendo sistemas noholónomos o el diseño y construcción de integradores geométricos, entre otros aspectos. Como aplicación final se añadirán controles en los sistemas dinámicos para poder influir en la trayectoria natural del sistema con el fin de obtener un objetivo concreto, por ejemplo optimizar una función de coste.

This course is addressed to graduate students and engineers with knowledge basic of linear algebra, mathematical analysis, differential



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

geometry and physics. Using the tools of differential geometry classical mechanics will be described from a Lagrangian and Hamiltonian viewpoint. From this perspective different characterizations of integrability of these dynamical systems, reduction theory and symmetries, the study of mechanical systems with (nonholonomic) constraints and the design and construction of geometric integrators will be described. As a final application, controls will be added to dynamical systems in order to modify the natural trajectory of the system with the purpose of obtaining a particular objective, as for instance to optimize a cost function.

1.12 Contenidos del programa / Course contents

1. Introducción a la geometría diferencial
 - a) Fibrados vectoriales. El fibrado tangente y cotangente.
 - b) Variedades simplécticas y variedades de Poisson.
 - c) Subvariedades lagrangianas.
 - d) Variedades riemannianas. Conexiones.
 2. Mecánica lagrangiana.
 - a) Cálculo variacional.
 - b) Sistemas mecánicos: ecuaciones de Euler-Lagrange.
 - c) Modelización de sistemas con fuerzas externas y ligaduras.
 - d) Introducción a la mecánica discreta.
 3. Mecánica hamiltoniana.
 - a) Formulación hamiltoniana de la mecánica lagrangiana.
 - b) Integrabilidad.
 - c) Integradores simplécticos para sistemas Hamiltonianos.
 4. Reducción de sistemas hamiltonianos invariantes bajo simetrías.
 - a) Grupos de Lie. Simetría.
 - b) Aplicación momento asociada a una acción simpléctica.
 - c) Reducción bajo un grupo de simetrías.
 - d) Sistemas hamiltonianos en grupos de Lie: ecuaciones de Lie-Poisson.
 - e) Aplicación: Movimiento del cuerpo rígido.
 5. Teoría de control geométrico.
 - a) Definición y propiedades de un sistema de control.
 - b) Sistemas de control mecánicos.
 - c) Problemas de control óptimo: principio del máximo de Pontryagin.
-
- 1 Introduction to differential geometry.
 - a) Fiber bundles. Tangent and cotangent bundle.
 - b) Symplectic and Poisson manifolds.
 - c) Lagrangian submanifolds.
 - d) Riemannian manifolds. Connections.



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

- 2 Lagrangian mechanics.
 - a) Calculus of Variations.
 - b) Mechanical systems: Euler-Lagrange equations.
 - c) Modelization of systems with external forces and constraints.
 - d) Introduction to discrete mechanics.
- 3 Hamiltonian mechanics.
 - a) Hamiltonian formalism for Lagrangian mechanics.
 - b) Integrability.
 - c) Symplectic integrators for Hamiltonian systems.
- 4 Reduction of invariant Hamiltonian systems by symmetries.
 - a) Lie groups. Symmetry.
 - b) Momentum map associated with a symplectic action.
 - c) Reduction by a group of symmetries.
 - d) Hamiltonian systems on Lie groups: Lie-Poisson equations.
 - e) Application: Rigid body motion.
5. Geometric control theory.
 - a) Definition and properties of a control system.
 - b) Mechanical control systems.
 - c) Optimal control problems: Pontryagin's Maximum Principle.

1.13 Referencias de consulta / Course bibliography

1. R. Abraham and J. E. Marsden. Foundations of Mechanics. Benjamin/Cummings Publishing Co. Inc. Advanced Book Program, Reading, Mass., second edition, 1978.
2. A. Agrachev and Y. L. Sachkov. Control Theory from the Geometric Viewpoint, volume 87 of Encyclopaedia of Mathematical Sciences. Springer-Verlag, Berlin, 2004. Control Theory and Optimization, II.
3. A. Bloch (with the collaboration of J. Baillieul, P.E. Crouch and J.E. Marsden): Nonholonomic Mechanics and Control, Springer Graduate Text, 2003.
4. A. Bressan and B. Piccoli. Introduction to the Mathematical Theory of Control, volume 2 of AIMS Series on Applied Mathematics. American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), Springfield, MO, 2007.
5. F. Bullo, A. D. Lewis. Geometric Control of Mechanical Systems. Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 2004. Number 49 in Texts in Applied Mathematics.
6. H. Goldstein. Classical mechanics. Addison-Wesley Pub Co. 1981.
7. D. D. Holm, Geometric mechanics. Part I: Dynamics and Symmetry, Imperial College Press, 2008.



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

8. J. V. José, E. J. Saletan. Classical dynamics. A contemporary approach. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
9. V. Jurdjevic. Geometric Control Theory, volume 52 of Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
10. M. de León, P.R. Rodrigues: Methods of Differential Geometry in Classical Mechanics. North-Holland, Amsterdam, 1989.
11. P. Libermann, C. M. Marle. Symplectic geometry and analytical mechanics. D. Reidel, 1987.
12. J. E. Marsden, T. S. Ratiu. Introduction to mechanics and symmetry. Springer-Verlag, 1995.
13. J. E. Marsden, M. West. Discrete Mechanics and Variational Integrators, Acta Numerica, 2001.

2 Métodos docentes / Teaching methodology

Clases presenciales. Las clases teóricas se complementarán con clases prácticas.

3 Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	
Presencial	Clases teóricas	42h(21%)	66h (33%)
	Clases prácticas	4h (2%)	
	Tutorías	14 h (7%)	
	Seminarios y trabajos	4 h (2%)	
	Examen final / Proyecto	2 h (1%)	
No presencial	Elaboración de problemas	40h(20%)	134h (67%)
	Estudio semanal	88h(44%)	
	Preparación del examen (presentación)	6h(3%)	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS			200 h



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

4 Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

Convocatoria ordinaria:

Entrega de ejercicios, grado de participación en clase, presentaciones orales.

Presentación oral final: 60%

Entrega de ejercicios: 30%

Seminarios y otros trabajos: 10%

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / Make up exam:

Examen ante tribunal de Máster / examination by a committee

5 Cronograma* / Course calendar

Semana a Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1	Tema 1	4	9
2	Tema 1	4	9
3	Tema 1	4	9
4	Tema 2	4	9
5	Tema 2	5	9
6	Tema 2	5	9
7	Tema 3	5	10
8	Tema 3	5	10
9	Tema 3	5	10
10	Tema 4	5	10
11	Tema 4	5	10



Asignatura: Seminario avanzado de aplicaciones
Código: 31096
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
12	Tema 4	5	10
13	Tema 5	5	10
14	Tema 5	5	10

*Este cronograma tiene carácter orientativo.