



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 30073  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

## ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curso avanzado de Análisis / [Advanced course in Analysis](#)

### 1.1. Código / Course number

30073

### 1.2. Materia / Content area

Tema de análisis complejo con aplicaciones y conexiones a otras áreas matemáticas / [Topics in complex analysis with applications to other areas of mathematics](#)

### 1.3. Tipo / Course type

Formación optativa / [Elective subject](#)

### 1.4. Nivel / Course level

Máster / [Master \(second cycle\)](#)

### 1.5. Curso / Year

2015/2016

### 1.6. Semestre / Semester

2º / [2nd \(Spring semester\)](#)

### 1.7. Idioma / Language

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando al menos un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite) / [Spanish and English. \(The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so\).](#)

### 1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Es necesario haber seguido previamente cursos de análisis funcional, análisis real y de variable compleja / [The students are required to have followed previously various courses on functional analysis, real analysis and complex variables.](#)



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 30073  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

### 1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia a clase es muy recomendable / **Class attendance on a regular basis is strongly recommended.**

### 1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Profesor / **Professor:** José Luis Fernández Pérez  
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias  
Despacho / **Office** - Módulo 17 - 302  
Teléfono / **Telephone:** +34 91 497 4940  
Email: [joseluis.fernandez@uam.es](mailto:joseluis.fernandez@uam.es)  
Página web / **Homepage:**  
Horas de tutoría / **Office hours:** Flexible (por cita previa / **by appointment**).

### 1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

Este curso pretende exhibir el uso de técnicas y herramientas provenientes de la teoría de funciones de variable compleja y su conexión con otras áreas de las matemáticas.

Objetivos concretos:

- relación entre estimaciones a la Phragmén-Lindelöf y teoremas tauberianos, y su aplicación al teorema de los números primos;
- el papel de la desigualdad de Harnack en el teorema de Picard;
- estimaciones asintóticas de cálculo combinatorio vía análisis de variable compleja;
- comportamiento genérico de series de potencias y de Fourier vía la aleatorización de sus coeficientes;
- relación entre geometría hiperbólica y aplicaciones conformes;
- dinámica de grupos de transformaciones de Möbius.

### 1.12. Contenidos del programa / **Course contents**

#### 1. Funciones subarmónicas

- a. Medida armónica. Estimaciones clásicas.
- b. Teorema tauberianos de Fatou y Newman. Teorema del número de primos.
- c. Demostración de J. Lewis del teorema de Picard con funciones subarmónicas.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 30073  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

## 2. Combinatoria analítica

- a. Singularidad de funciones meromorfas y estimaciones asintóticas: singularidades (Darboux), enteras (Hayman), puntos de silla.
- b. Aplicaciones a combinatoria, como la estimación de Hardy-Ramanujan del tamaño de  $p(n)$ , el número de particiones de  $n$ , entre otras.

## 3. Series aleatorias

- a. De potencias.
  - i. Equidistribución módulo 1. Frontera natural. Fenómeno de Jentzsch-Szegö.
  - ii. Ceros y comportamiento radial de series de potencias aleatorias.
- b. De Fourier.
  - i. Teorema de Paley-Zygmund.

## 4. Funciones univalentes y conformes

- a. Clase S: teorema de De Branges.
- b. Aplicaciones conformes y distorsión: Gehring-Hayman y Hayman-Wu.

## 5. Grupos fuchsianos y kleinianos

- a. Dinámica y órbitas.
- b. Dimensión de Hausdorff de conjuntos límites (juegos de Schmidt, teorema de Bishop-Jones y otros). Aplicaciones a aproximación diofántica.

**Nota:** Varios puntos del programa podrían ser modificados o suprimidos si la necesidad de cubrir lagunas imprevistas o restricciones de tiempo así lo aconsejasen.

### 1. Subharmonic functions

- a. Harmonic measure. Classical estimates.
- b. Tauberian theorems of Fatou and Newman. Prime number theorem.
- c. Lewis subharmonic proof of Picard's theorem.

### 2. Analytic combinatorics

- a. Singularities of meromorphic functions and asymptotic estimates: singularities (Darboux), entire functions (Hayman), saddle points.
- b. Applications to Combinatorics, such as Hardy-Ramanujan estimate of the size of  $p(n)$ , number of partitions of  $n$ , among a few others.

### 3. Random series



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 30073  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

- a. Power series.
    - i. Equidistribution mod 1. Natural boundary. Jentzsch-Szegö phenomenon.
    - ii. Roots and radial behavior of random power series.
  - b. Fourier.
    - i. Paley-Zygmund theorem.
4. Univalent functions and conformal mapping
- a. Class S: De Branges theorem.
  - b. Conformal mappings and distortion: Gehring-Hayman y Hayman-Wu.
5. Fuchsian y Kleinian groups
- a. Dynamics and orbits.
  - b. Hausdorff dimension of limit sets (Schmidt games, Bishop-Jones theorem, etc.). Applications to diophantine approximation.

### 1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- *Harmonic measure* de Garnett-Marshall para la parte inicial del tema 1.
- *Generatingfunctionology* de Wilf y *Analytic combinatorics* de Flajolet-Sedgewick para el tema 2.
- *Some random series of functions*, de Kahane, para la segunda parte del tema 3.
- *Univalent functions*, de Duren y *Boundary behaviour of conformal mappings* de Pommerenke para el tema 4.

### 2. Métodos docentes / Teaching methodology

Se espera que los estudiantes participen de forma activa y muestren originalidad en su trabajo. Algunas demostraciones serán presentadas de forma esquemática y los detalles se dejarán para los alumnos interesados. Algunos temas serán tratados sólo a nivel informativo.

Cada tema tiene asociada una colección de ejercicios que los alumnos deben entregar resueltos antes de fechas predeterminadas.

Al final del curso, cada alumno habrá de exponer en seminario un artículo de investigación complemento de alguno de los temas del curso.

Students are expected to participate actively and exhibit originality in their work. Some proofs will only be sketched and the details will be left to the interested students. Some topics will only be treated in an informative way.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 30073  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

There will be problem set for each subject. Students should turn in solutions as complete as possible before specific deadlines.

Each student should prepare an expose of a research article which complements the material of some of the topics of the course.

### 3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

		Nº de horas	Porcentaje
Attendance activities	Class lectures	42h (21%)	60 h (30%)
	Office hours	14h (7%)	
	Seminars and term papers	4h (2%)	
	Others	-	
Non attendance activities	Problems preparation	60h (30%)	140 h (70%)
	Weekly study	60h (30%)	
	Seminar preparation	20h (10%)	
Total workload: 25 horas x 8 ECTS		200	

### 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

- 1) Ejercicios para entregar: 40%.
- 2) Presentación de un artículo de investigación: 50%.
- 3) Participación en clase: 10%.

- 1) Homework assignments: 40%.
- 2) Paper presentation: 50%.
- 3) Participation in class: 10%.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 30073  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / [Make-up exam](#).

Examen ante tribunal de Máster/ [Examination by the Master Program Committee](#).

## 5. Cronograma\* / [Course calendar](#)

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1	Tema 1a	4	10
2	Tema 1b	4	10
3	Tema 1c	4	10 Problem sheet
4	Tema 2a	4	10
5	Tema 2a	4	10
6	Tema 2a	4	10
7	Tema 2b	4	10 Problem sheet
8	Tema 3a	4	10
9	Tema 3a	4	10
10	Tema 3b	4	10 Problem sheet
11	Tema 4a	4	10
12	Tema 4b	4	10 Problem sheet
13	Tema 5a	4	10
14	Tema 5b	8	10 Presentations

\*This course calendar is tentative.