



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Procesos estocásticos / **Stochastic processes**

1.1. Código / **Course number**

30066

1.2. Materia / **Content area**

Probabilidad y Estadística / **Probability and Statistics**

1.3. Tipo / **Course type**

Formación optativa / **Elective subject**

1.4. Nivel / **Course level**

Máster (Nivel M2) / **Master (Level M2)**

1.5. Curso / **Year**

2011/2012

1.6. Semestre / **Semester**

1º / **1st (Fall semester)**

1.7. Número de créditos / **Credit allotment**

8 créditos ECTS / **8 ECTS Credits**

1.8. Requisitos previos / **Prerequisites**

Conocimientos básicos de probabilidad / **Basic knowledge of probability**

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia a las clases es muy recomendable.



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

1.10. Datos del equipo docente / Faculty data

Docente: Jesús Munárriz Aldaz
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Despacho 305 - Módulo 17
Teléfono: (+34) 91 497 7635
Correo electrónico: jesus.munarriz@uam.es
Página web: <http://www.uam.es/jesus.munarriz>
Horario de atención al alumnado: Se fijan a petición individual del alumno

1.11. Objetivos del curso / Course objectives

El objetivo del curso es proporcionar una perspectiva general de los procesos estocásticos más importantes y sus aplicaciones. Dada la amplitud del tema, no se incidirá en los detalles y evitaremos las demostraciones más técnicas. Nos concentraremos en la motivación de los resultados y en las ideas que subyacen a los principales conceptos.

Se comienza con un breve tema de carácter introductorio para explicar los conceptos básicos, las diferencias con lo visto en cursos previos de probabilidad y algunos ejemplos de procesos importantes. Posteriormente, se estudian cadenas de Markov (tanto en tiempo discreto como continuo), martingalas y sus aplicaciones a problemas de ruina, el movimiento Browniano y finalmente integración estocástica y aplicaciones a modelos financieros.

The aim of the course is to provide a general perspective of the most important stochastic processes and their applications. Due to the largeness of the subject, we do not focus on details and we avoid highly technical proofs. We concentrate on the motivation of the results and the ideas behind the main concepts.

We start with some introductory lectures to explain the basic concepts, the differences between previous courses in probability and the new subjects and some examples of important processes. Afterwards, we analyze Markov chains (in discrete and continuous time), martingales and their applications to ruin problems, the Brownian motion and, finally, stochastic integration and applications to financial models.

1.12. Contenidos del programa / Course contents

BLOQUE I: Introducción a los procesos estocásticos

Contenidos Teóricos y Prácticos: Definición y conceptos básicos. Algunos tipos importantes de procesos: martingalas, de Markov y estacionarios. El problema de la ruina del jugador. Dos procesos importantes: el proceso de Poisson y el movimiento browniano.



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

Objetivos y Capacidades a Desarrollar: Familiarizarse con los conceptos básicos sobre procesos estocásticos que se manejan a lo largo del curso. Se introducen aquí algunos procesos estocásticos y ejemplos importantes que aparecerán en posteriores bloques temáticos.

BLOQUE II: Cadenas de Markov en tiempo discreto

Contenidos teóricos y prácticos: Definiciones y propiedades básicas. Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov. Clasificación de estados. Existencia de la distribución estacionaria y teoremas de convergencia. La condición de equilibrio detallado. Aplicaciones.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Entender los procesos markovianos discretos y sus aplicaciones a modelos sencillos. Se pondrá especial énfasis en calcular la distribución estacionaria de los procesos ergódicos y entender su significado.

BLOQUE III: Cadenas de Markov en tiempo continuo

Contenidos teóricos y prácticos: Definición de las cadenas en tiempo continuo. Procesos de nacimiento y muerte. Tasas instantáneas de salto y ecuaciones de Kolmogorov. Comportamiento asintótico. Condición de equilibrio detallado.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Ilustrar las aplicaciones de la teoría de cadenas de Markov al análisis de colas y también a métodos recientes de simulación con importantes aplicaciones en estadística (muestreo de Gibbs, algoritmo de Metropolis-Hastings).

BLOQUE IV: Esperanza condicionada y martingalas en tiempo discreto

Contenidos teóricos y prácticos: Esperanza condicionada. Definición de martingala. Propiedades y ejemplos básicos. Teorema del tiempo de parada opcional. Algunos resultados sobre convergencia de martingalas. Métodos de comparación para modelos estocásticos. El teorema de Strassen.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Entender las martingalas como procesos adecuados para modelizar el comportamiento de un juego justo. Mostrar la potencia de la teoría de martingalas para obtener resultados de probabilidad.

BLOQUE V: El movimiento browniano. Aplicaciones

Contenidos teóricos y prácticos: Motivación y definición. Propiedades básicas. Martingalas en tiempo continuo. Martingalas asociadas al movimiento browniano. Principio de reflexión. Aplicaciones.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Ilustrar el manejo práctico y la utilidad del movimiento browniano. Se presentarán varios métodos para simular este proceso, así como sus principales propiedades.



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

BLOQUE VI: Integración estocástica y fórmula de Itô

Contenidos teóricos y prácticos: Definición de la integral de Itô. Propiedades básicas. Fórmula de Itô y aplicaciones. Modelo de Black-Scholes.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Conectar la teoría de cálculo estocástico con la teoría de valoración de activos financieros de Black-Scholes.

BLOCK I: Introduction to stochastic processes

Theoretical and Practical Contents: Definition and basic concepts. Types of processes: martingales, Markovian and stationary. Gambler's ruin problem. Two important processes: the Poisson process and the Brownian motion.

Aims and abilities to develop: To get used to the basic concepts about the main stochastic processes we will consider throughout the course. We will introduce some important processes and examples that appear in other blocks.

BLOCK II: Markov chains in discrete time

Theoretical and Practical Contents: Definitions and basic properties. Chapman-Kolmogorov's equations. States classification. Existence of the stationary distribution and limits theorems. Applications.

Aims and abilities to develop: To understand discrete Markovian processes and their applications to simple models. Special emphasis will be placed on the computation of the stationary distribution of ergodic processes and understanding its meaning.

BLOCK III: Markov chains in continuous time

Theoretical and Practical Contents: Definitions. Death and birth processes. Kolmogorov's equations. Asymptotic behavior. Detailed balance condition.

Aims and abilities to develop: To illustrate the applications of the theory of Markov chains to the analysis of queues and also to recent methods of simulation with important statistical applications (Gibbs sampling, Metropolis–Hastings algorithm).

BLOCK IV: Conditional expectation and martingales in discrete time

Theoretical and Practical Contents: Conditional expectation. Definition of a martingale. Basic properties. Optional stopping theorem. Some results about convergence of martingales. Comparison methods for stochastic models. Strassen's theorem.

Aims and abilities to develop: To understand martingales as suitable processes to model fair games. We will show the power of the theory of martingales to obtain results of probability.



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

BLOCK V: Brownian motion. Applications

Theoretical and Practical Contents: Definition and motivation. Basic properties. Martingales in continuous time. Martingales associated to the Brownian motion. Reflection principle. Applications.

Aims and abilities to develop: To illustrate the usefulness of the Brownian motion. We will present several methods to simulate this process, as well as its main properties.

BLOCK VI: Stochastic integration and Itô's formula

Theoretical and Practical Contents: Definition. Basic properties. Itô's formula and applications. Black-Scholes's models.

Aims and abilities to develop: To link the theory of stochastic calculus with the theory of Black Scholes option pricing.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- Durrett, R. (1999). Essentials of Stochastic Processes. Springer.
- Grimmett, G.R. y Stirzaker, D.R. (2001). Probability and Random Processes (3 ed.). Oxford University Press.
- Karatzas, I. y Shreve, S.E. (1991). Brownian Motion and Stochastic Calculus. Springer-Verlag.
- Müller, A. y Stoyan, D. (2002). Comparison Methods for Stochastic Models and Risks. Wiley.
- Ross, S.M. (1996). Stochastic Processes (2 ed.). Wiley.
- Steele, J.M. (2001). Stochastic Calculus and Financial Applications. Springer-Verlag.
- Williams, D. (1991). Probability with Martingales. Cambridge University Press.

2. Métodos docentes / Teaching methodology

ACTIVIDADES PRESENCIALES

Clases presenciales en aula. Se combinará la presentación de los aspectos teóricos con ejemplos, la resolución de problemas concretos y la descripción de aplicaciones. Se dispondrá de una página electrónica de la asignatura y se facilitará a los estudiantes el material necesario para la marcha del curso: el programa de la asignatura, las relaciones de ejercicios propuestos, transparencias utilizadas en clase, guías de las prácticas, etc.



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

ACTIVIDADES DIRIGIDAS

Realización de ejercicios propuestos por el profesor.
Tutorías presenciales o mediante consultas por correo electrónico.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

Actividad	Horas presenciales	Horas no presenciales	TOTAL
CLASES MAGISTRALES DE TEORÍA	48 (24%)	90 (45%)	138 (69%)
SEMINARIOS Y PROBLEMAS	10 (5%)	40 (20%)	50 (25%)
CLASES PRÁCTICAS	4 (2%)	4 (2%)	8 (4%)
EXÁMENES	4 (2%)		4 (2%)
Carga total de horas de trabajo:	66 (33%)	134 (67%)	200 (100%)

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

En la evaluación de tendrá en cuenta el resultado del examen, la calificación de los ejercicios propuestos y la asistencia y el grado de participación en las clases.

La calificación obtenida en los problemas propuestos y las prácticas entregadas, junto con la participación en las clases y la asistencia, tendrán un peso del 50% de la calificación final. La nota final será la media ponderada entre la evaluación continua (peso 50%) y el examen final (peso 50%).

La calificación de las prácticas y los problemas entregados no se conservará para el examen extraordinario, ni años para posteriores.

Aquellos alumnos que no hayan satisfecho más de un 20% de las actividades evaluables principales serán calificados en la convocatoria ordinaria como “No evaluado”.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / **Make up exam**: Examen ante tribunal de Máster / **Examination by a committee**.



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

5. Cronograma* / Course calendar

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1-2	Bloque I	8	16
3	Bloque II	4	8
4-8	Bloque III	20	40
9-13	Bloque IV	20	40
14-15	Bloque V	8	18
16	Bloque VI	6	12

*Este cronograma tiene carácter orientativo