



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

ASIGNATURA / COURSE TITLE

Geometría diferencial / Differential Geometry

1.1. Código / Course number

30070

1.2. Materia / Content area

Geometría diferencial / Differential Geometry

1.3. Tipo / Course type

Formación optativa / Elective subject

1.4. Nivel / Course level

Máster M2 / Master M2

1.5. Curso / Year

2012/2013

1.6. Semestre / Semester

1º / 1st (Fall semester)

1.7. Número de créditos / Credit allotment

8 ECTS credits

1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Los estudiantes deberían haber cursado el curso Geometría III del grado en Matemáticas de la UAM u otro de contenido similar. El curso Geometría IV del grado en Matemáticas de la UAM es recomendable, pero no es estrictamente necesario.

Students should have taken the UAM graduate course Geometry III, or one of similar content. The UAM graduate course Geometry IV is advisable but not strictly needed.



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia es muy recomendable / *It is strongly recommended that students attend class regularly.*

1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Profesor / **Professor**: Gabino González Diez
Department of Mathematics
Facultad de Ciencias
Oficina / **Office** - Módulo 511 - 17
Teléfono / **Telephone**: +34 91 497 4987
Email: gabino.gonzalez@uam.es
Página web / **Homepage**: http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gabino/
Horas de tutorías / **Office hours**: By arrangement.

1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

Al final del curso, el estudiante debería:

- comprender los objetos básicos y las técnicas de geometría diferencial.
- sentirse cómodo con conceptos como foliación, grupo de Lie, variedad Riemanniana, geodésica...
- entender el significado de estos conceptos en ejemplos concretos como esferas, toros, variedades producto y cocientes, espacios proyectivos reales y complejos, grupos de Lie clásicos, etcetera.

At the end of the course, the student should:

- *have mastered the basic objects and techniques of differential geometry.*
- *feel comfortable with concepts such as foliation, Lie group, Riemannian manifold, geodesic, etc.*
- *manage to understand the meaning of these concepts in concrete examples such as spheres, tori, product and quotient manifolds, complex and real projective spaces, classical Lie groups, etc.*



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

1.12. Contenidos del programa / **Course contents**

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.

- Resumen de geometría diferencial elemental.
- Campos de vectores y formas diferenciales.
- Integración en variedades. Teorema de Stokes.
- Rápida introducción a la cohomología de De Rham.

CAPÍTULO II: TEOREMA DE FROBENIUS

- Flujo de un campo de vectores.
- Derivada de Lie y corchete de Lie.
- Distribuciones, integrabilidad y teorema de Frobenius. Foliaciones.

CAPÍTULO III: GRUPOS DE LIE

- Grupos de Lie y sus álgebras de Lie. Ejemplos.
- Grupos de Lie simplemente conexos.
- Aplicación exponencial.
- La representación adjunta.

CAPÍTULO IV: GEOMETRÍA RIEMANNIANA.

- Variedades Riemannianas. Ejemplos.
- La conexión de Levi-Civita. Derivada covariante. Campos paralelos.
- Geodésicas. La aplicación exponencial.
- El tensor de curvatura. Curvatura seccional. Ejemplos.
- Fórmulas de variación y el teorema de Synge.

CHAPTER I: INTRODUCTION .

- Summary of basic differential geometry.
- Vectors fields and differential forms.
- Integration of manifolds. Stokes' theorem.
- A quick introduction to De Rham cohomology.

CHAPTER II: FROBENIUS THEOREM

- Flows of vector fields.
- Lie derivative and Lie bracket.
- Distributions, integrability and Frobenius' theorem. Foliations.

CHAPTER III: LIE GROUPS

- Lie groups and their Lie Algebras. Examples.
- Simply connected Lie groups.



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

- Exponential map.
- The Adjoint representation

CHAPTER IV: RIEMANNIAN GEOMETRY.

- Riemannian manifolds. Examples.
- The Levi-Civita connection. Covariant derivative. Parallel fields.
- Geodesics. The exponential map.
- The curvature tensor. Sectional curvature. Examples.
- Variation formulae and the Synge theorem.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- Berger, Marcel. *A panoramic view of Riemannian geometry*. Springer. 2003.
- Boothby, William Munger. *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*. Academic Press. 1975.
- Do Carmo, Manfredo Perdigão. *Riemannian geometry*. Birkhäuser. 1992.
- Chamizo, Fernando. 2007. «Geometría IV (tensores, formas, curvatura, relatividad y todo eso)». Available at <http://www.uam.es/fernando.chamizo/libreria/fich/apgeomiv08.pdf>.
- Gallot, S, Hulin D, Lafontaine J. *Riemannian Geometry*. Springer Universitext. 1990.
- Lee, Jhon M. *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer GTM. Vol.218. 2003.
- Poor, W.: *Differential geometric structures*. McGraw-Hill, 1981.
- Spivak, Michael. *Comprehensive introduction to differential geometry*. Publish or Perish, inc. 1979.
- Walschap, Gerard. *Metric structures in differential geometry*. Springer. GTM. Vol. 224. 2004.
- Warner, Frank W. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer. GTM. Vol. 94. 1983



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

2. Métodos docentes / Teaching methodology

Clases en grupo (dos veces por semana)

Conjuntos de problemas, a entregar en una fecha de entrega predeterminada.

Presentación por los estudiantes de las soluciones de los ejercicios propuestos.

Group lectures (twice a week)

Problem set assignments: Regularly given, with a predetermined deadline for their completion.

Presentation by the students of the solutions given to the proposed exercises and essays.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	Porcentaje
Contact hours	Class lectures	40 h (20%)	70 h (35%)
	Problem sessions		
	Programmed office hours	8 h (9%)	
	Seminars and essays	10 h (5%)	
	Final exam	2h (1%)	
Non contact hours	Problems preparation	78h (39%)	130h (65%)
	Weekyl study	46h (23%)	
	Exam preparation	6h (3%)	
Total workload: 25 horas x 8 ECTS		200h	



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

4. **Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

- 1) Ejercicios para entregar: 50%.
- 2) Examen final o actividades complementarias: 30%.
- 3) Ejercicios en-clase, participación: 20%

Las actividades extra pueden incluir seminarios impartidos por los estudiantes, escribir ensayos, ejercicios de mayor dificultad, etcetera. Estas actividades podrían sustituir al examen final.

- 1) Home assignments: 50%.
- 2) Final exam or extra activities: 30%.
- 3) In-class exercises, participation: 20%

The extra activities can encompass student seminars, essays, higher difficulty exercises, etc. They can substitute to the final exam.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / Make up exam:
Examen ante tribunal de Máster/ Examination by a committee.

5. **Cronograma* / Course calendar**

Seman a Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1	Basic differential geometry.	4.5	5
2	Vectors fields and differential forms	4.5	9
3	De Rham cohomology	4.5	9
4	Flows of vector fields	4.5	9
5	Lie derivative and Lie bracket.	4.5	9
6	Frobenius theorem.	4.5	9
7	Lie groups and Lie algebras	4.5	9
8	Exponential map	4.5	9



Asignatura: Differential Geometry
Código: 30070
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Mathematics and applications Master
Nivel: Máster M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 8

Seman a Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
9	Riemannian manifolds	4.5	9
10	Levi-Civita connection	4.5	9
11	Geodesics	4.5	9
12	The curvature tensor.	4.5	9
13	Variation formulae and the Synge theorem.	4.5	9
14-16	Examination period	11.5	17

*Please note that this schedule is only tentative