



Asignatura: Curso avanzado de geometría  
Código: 30072  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

## ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curso avanzado de Geometría / [Advanced topics in geometry](#)

### 1.1. Código / [Course number](#)

30072

### 1.2. Materia / [Content area](#)

Curso Avanzado de Geometría / [Advanced topics in geometry](#)

### 1.3. Tipo / [Course type](#)

Formación optativa / [Elective subject](#)

### 1.4. Nivel / [Course level](#)

Máster M2 / [Master M2](#)

### 1.5. Curso / [Year](#)

2013/2014

### 1.6. Semestre / [Semester](#)

Segundo / [Second \(Spring semester\)](#)

### 1.7. Número de créditos / [Credit allotment](#)

8 créditos ECTS / [8 ECTS credits](#)

### 1.8. Requisitos previos / [Prerequisites](#)

- Conocimientos a nivel de Licenciatura/Grado sobre geometría diferencial y topología.  
- Imprescindible: Geometría Diferencial del Máster de la UAM. Familiaridad con las formas diferenciales.

- [Basic knowledge of differential geometry and topology.](#)



Asignatura: Curso avanzado de geometría  
Código: 30072  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

- The student must have taken the introductory class to differential geometry offered in the first semester of the Master program, and be familiar with differential forms.

## 1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

Es obligatoria la asistencia a un mínimo del 80% de las horas de clase presenciales.

Attendance to a minimum of 80% of the lectures is mandatory.

## 1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Docente(s) / **Lecturer(s)** Marco Zambon

Departamento de Matemáticas/ **Department of Mathematics**

Facultad / **Faculty** Facultad de Ciencias / **Faculty of Science**

Despacho - Módulo/ **Office - Module** Despacho 605, Modulo 17 / **Room 605, module 17.**

Teléfono / **Phone:** +34 91 4973023

Correo electrónico/ **Email:** [marco.zambon@uam.es](mailto:marco.zambon@uam.es)

Página web/ **Website:** [http://www.uam.es/personal\\_pdi/ciencias/mzambon/](http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/mzambon/)

Horario de atención al alumnado/ **Office hours:** Cita previa / **by appointment.**

## 1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

El curso se divide en dos partes.

En la Parte 1 se presentarán los principales conceptos e ideas de la geometría simpléctica, incluyendo algunos teoremas sobre formas normales. Vamos a discutir simetrías en geometría simpléctica, es decir acciones de grupos, indicando algunos teoremas de los años 1970 y 1980, que ahora ya son considerados muy clásicos.

La Parte 2 está dedicada a la geometría de Poisson, que es una generalización de la geometría simpléctica, y que tiene una estrecha relación con la teoría de Lie. Después de discutir varias caracterizaciones de las variedades de Poisson y sus subvariedades, discutiremos dos construcciones que surgen de la geometría de Poisson: los gupoides simplécticos y la cuantificación.

Por supuesto, puede haber algunas variaciones en el contenido final de la clase.

The course is divided in two parts.

Part 1 will introduce the main concepts and ideas of symplectic geometry, including a few normal form theorems. We will threat symmetries in symplectic geometry, i.e. group actions, stating a few theorems from the 1970s and 1980s which by now are very classical.



Asignatura: Curso avanzado de geometría  
Código: 30072  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

Part 2 is devoted to Poisson geometry, which is generalization of symplectic geometry, and which has a close connection to Lie theory. After discussing various characterizations of Poisson manifolds and their submanifolds, we will discuss two far-reaching constructions arising from Poisson geometry: symplectic groupoids and quantization.

Of course there might be some fluctuations in the final content of the class.

## 1.12. Contenidos del programa / Course contents

### PARTE 1: GEOMETRÍA SIMPLÉCTICA

1A) Motivación física de la geometría simpléctica: la mecánica clásica.  
Algebra lineal simpléctica: espacios vectoriales simplécticos y sus subespacios.

Revisión: variedades, subvariedades, campos vectoriales.

Variedades simplécticas. Obstrucciones topológicas. El teorema de Darboux.  
Subvariedades lagrangianas, coisotrópicas. Formas normales: teoremas de Weinstein y de Gotay.

1B) Revisión: grupos de Lie.

Acciones Hamiltonias y aplicaciones momento. Interpretación en términos de cohomología equivariante (à la Atiyah-Bott).

Reducción simpléctica.

El teorema de convexidad de Atiyah-Guillemin-Sternberg.

### PARTE 2: GEOMETRÍA DE POISSON

2A) Variedades de Poisson: caracterización en términos de hojas simplécticas, y en términos de tensores de Poisson.

Variedades de Poisson: caracterización en términos de álgebras de Poisson.  
Relación con álgebras de Lie. Aplicaciones de Poisson y subvariedades coisotrópicas.

Foliaciones singulares.

2B) Grupoides y algebroides de Lie. Ideas básicas sobre grupoides y algebroides de Lie asociados a una variedad de Poisson.

Ideas básicas sobre cuantización por deformación.

### PART 1: symplectic geometry

1A) Physical motivation of symplectic geometry: classical mechanics.

Symplectic linear algebra: symplectic vector spaces and subspaces.



Asignatura: Curso avanzado de geometría  
Código: 30072  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

Symplectic manifolds. Topological obstructions. Darboux's theorem.  
Lagrangian submanifolds, coisotropic submanifolds. Normal forms: Weinstein's and Gotay's theorems.

1B) Review: Lie groups.

Hamiltonian actions and moment maps. Interpretation in terms of equivariant cohomology (à la Atiyah-Bott).

Symplectic reduction.

The convexity theorem of Atiyah-Guillemin-Sternberg.

PART 2: Poisson geometry

2A) Poisson manifolds: characterization in terms of symplectic leaves, and in terms of Poisson tensors.

Poisson manifolds: characterization in terms of Poisson algebras. Relationship to Lie algebras.

Poisson maps and coisotropic submanifolds.

Singular foliations.

2B) Lie groupoids and Lie algebroids. Basic ideas about groupoids and Lie algebroids associated to a Poisson manifold.

Basic ideas about deformation quantization.

### 1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- Ana Cannas da Silva, "Lectures on symplectic geometry", Springer Verlag.
- Eckhart Meinrenken, "Symplectic geometry", lecture notes available from <http://www.math.toronto.edu/mein/teaching/lectures.html>
- Ana Cannas da Silva and Alan Weinstein, "Geometric Models for Noncommutative Algebras", American Mathematical Society.  
Also available for download at <http://math.berkeley.edu/~alanw/>
- Izu Vaisman, "Lectures on the geometry of Poisson manifolds", Birkhäuser Verlag.

### 2. Métodos docentes / Teaching methodology

Clases presenciales, resolución de problemas y lecturas dirigidas.

Lectures, problem work sessions and reading assignments.



Asignatura: Curso avanzado de geometría  
Código: 30072  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

### 3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	
Presencial	Clases teóricas	50h (25%)	66h
	Tutorías	14h (7%)	(33%)
	Presentación de los trabajos finales	2h (1%)	
No presencial	Elaboración de problemas	40h(20%)	134h (67%)
	Estudio semanal	88h(44%)	
	Preparación del trabajo final	6h (3%)	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS		200 h	

### 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

#### Convocatoria ordinaria / Ordinary evaluation:

Entrega y exposición oral de ejercicios. Elaboración y presentación oral de un trabajo sobre un tema relacionado con la asignatura.

Examen final (elaboración y presentación oral de un trabajo): 60%  
Entrega de ejercicios: 40%

Problems will be assigned during the course and students will turn in solutions that will also be presented in public. Completion of a written assignment on some topic related to the class that will also be presented in a public lecture.

Final exam (write and present in public your assigned topic): 60%  
Exercises: 40%

#### Convocatoria extraordinaria / Extraordinary evaluation:

Examen final: 100%  
Final exam: 100%



Asignatura: Curso avanzado de geometría  
Código: 30072  
Centro: Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y aplicaciones  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Optativa  
Nº de créditos: 8

## 5. Cronograma\* / Course calendar

<b>Semana Week</b>	<b>Contenido Contents</b>	<b>Horas presenciales Contact hours</b>	<b>Horas no presenciales Independent study time</b>
1 - 4	Temas 1A	19	37
5 - 7	Tema 1B	15	27
8 - 10	Temas 2A	15	27
11 - 13	Tema 2B	15	27
14	Exposición de trabajos	2	16

\*Este cronograma tiene carácter orientativo.