

ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS DE FRONTERA LIBRE  
EN ESPACIOS DE SOBOLEV CON EXPONENTE VARIABLE

1. Espacios  $L^{p(x)}$  y espacios de Sobolev asociados
  - a) Definición del modulo y la norma. Desigualdades de Young y Hölder. Espacio dual. Desigualdad de Sobolev. Exponente crítico.
2. Ecuaciones diferenciales elípticas con crecimiento no standard bien puestas en espacios de Sobolev con exponente variable.
  - a) Motivación. Ejemplo:  $\Delta_{p(x)}$ . Existencia de solución por métodos variacionales. Discusión del método de continuidad.
  - b) Desigualdad de Harnack y regularidad Hölder para soluciones acotadas.
  - c) Acotación local de soluciones débiles.
  - d) Regularidad Hölder de las derivadas.
3. Un problema de perturbación singular asociado al operador  $\Delta_{p(x)}$ .
  - a) Estimaciones uniformes del gradiente.
  - b) Paso al límite cuando el parámetro de perturbación tiende a 0.
  - c) Determinación del problema de frontera libre de tipo Bernoulli que satisfacen los límites.

REFERENCIAS

- [1] E. Acerbi, G. Mingione, Regularity results for a class of functionals with non-standard growth, Arch. Rat. Mech. Anal. 156 (2001), 121–140.
- [2] R. Aboulaich, D. Meskine, A. Souissi, New diffusion models in image processing, Comput. Math. Appl. 56 (4) (2008), 874–882.
- [3] Y. Chen, S. Levine, M. Rao, Variable exponent, linear growth functionals in image restoration, SIAM J. Appl. Math. 66 (4) (2006), 1383–1406.
- [4] L. Diening, P. Harjulehto, P. Hasto, M. Ruzicka, Lebesgue and Sobolev Spaces with variable exponents, Lecture Notes in Mathematics 2017, Springer, 2011.
- [5] X. Fan, Global  $C^{1,\alpha}$  regularity for variable exponent elliptic equations in divergence form, Jour. Diff. Eqns. 235 (2007), 397–417.
- [6] J. Fernandez Bonder, S. Martínez, N. Wolanski, A free boundary problem for the  $p(x)$ -Laplacian, Nonlinear Analysis TM&A 72, (2010), 1078–1103.
- [7] P. Harjulehto, T. Kuusi, T. Lukkari, N. Marola, M. Parviainen, Harnack’s inequality for quasiminimizers with nonstandard growth conditions, J. Math. Anal. Appl. 344 (2008), 504–520.
- [8] Lederman, C. Wolanski, N, An inhomogeneous free boundary problem for the  $p(x)$ -Laplacian, manuscrito.
- [9] M. Ruzicka, Electrorheological Fluids: Modeling and Mathematical Theory, Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [10] Wolanski, N, Local bounds, Harnack inequality and Hölder continuity for divergence type elliptic equations with non-standard growth, por aparecer en Rev. UMA.