

Grupos libres y el ping-pong

Tutor: Yago Antolín

Curso: 2017/2018

Los grupos libres se definen mediante una propiedad universal (L es libre si para todo homomorfismo de grupos $\beta : G \rightarrow H$ y todo homomorfismo de grupos $\alpha : L \rightarrow H$ existe un homomorfismo de grupos $\gamma : L \rightarrow G$ tal que $\beta\gamma = \alpha$).

Primero veremos que estos grupos existen [4, Capítulo 11] o [1, Capítulo 2] y son más concretos de lo que sugiere la definición previa y estudiaremos algunas propiedades básicas. Después jugaremos al ping-pong para encontrar grupos libres como subgrupos muchos grupos conocidos [3, Capítulo II, sección B]. Jugando al ping-pong, veremos que $SL_2(\mathbb{Z})$ contiene grupos libres y usaremos este hecho para probar que los grupos libres finitamente generados son Hopfianos. Jugando al ping-pong, veremos que el grupo de homeomorfismos de la recta real contiene grupos libres, y usaremos este hecho para poner un orden en el grupo libre [2, Capítulo 1].

References

- [1] O. Bogopolski, *Introduction to Group Theory*. EMS Textbooks in Mathematics.
- [2] B. Deroin, A. Navas, C. Rivas *Groups, Orders and dynamics*
<https://arxiv.org/abs/1408.5805>
- [3] P. de La Harpe. *Topics in geometric group theory*. University of Chicago Press.
- [4] J. Rotman *An introduction to the theory of groups*. Graduate text in Mathematics 148, Springer Verlag.