

## 1. Sistemas articulados. Teorema de Kempe

TFG propuesto por Daniel Ortega

Un sistema articulado es un mecanismo plano compuesto de una serie de barras articuladas en sus extremos con un grado de libertad. Los geómetras griegos usaban estos mecanismos para resolver problemas como la cuadratura del círculo o la trisección del ángulo, no resolubles con regla y compás.

Leonardo da Vinci, Descartes, Newton, McLaurin, Bleikenridge, etc. desarrollaron toda una teoría de curvas cúbicas basada en el uso de sistemas articulados. Por medio de un inversor, Peaucelier dibujó por primera vez un segmento de recta.

Pero fue Kempe en los albores del siglo XX el que probó que dada una curva algebraica plana, existe un sistema articulado tal que, mientras que uno de sus puntos describe una línea recta, otro describe la curva en cuestión.

Los métodos de la geometría algebraica real han sido aplicados al teorema de Kempe, no solo para obtener una demostración correcta, sino para extender los resultados, que suponen esencialmente el control lineal de un punto que se desplaza por una curva, a sistemas articulados en el espacio o sistemas flexibles. La última prueba del teorema de Kempe, por estos métodos se debe a Thurston (Medalla Fields 1982).

### Referencias básicas

- Aroca Hernández-Ros, José Manuel: *Sistemas articulados. Teorema de Kempe*. *Rev. Semin. Iberoam. Mat.* 4 fasc. II (2013) 19–53
- Artobolevskii, Iván: *Mechanisms for the generation of plane curves*. Pergamon. Oxford, 1964.
- Taimina, Daina: *Historical Mechanisms for Drawing Curves*. Cornell University. <http://dspace.library.cornell.edu/bitstream/1813/2718/1/2004-9.pdf>.

## 2. Bases de Bernstein. Curvas en el diseño industrial

TFG propuesto por Daniel Ortega

En el diseño industrial se representan mediante curvas las formas de los objetos o piezas de maquinaria. Se necesitan curvas adecuadas para el diseño de manera que, por ejemplo, un sistema que las represente ha de ser:

- Intuitivo
- Flexible (fácil de editar)
- Invariante por cambio de escala, rotaciones, traslaciones...
- Numéricamente estable
- Portable: que permita trasladar las características geométricas de las curvas a las oficinas técnicas.

El matemático Paul de Faget de Casteljaou y el ingeniero Pierre Bézier, simultáneamente, dieron con una solución adecuada a este problema: las curvas de Bézier y los B-splines se revelan especialmente útiles en el Diseño Geométrico Asistido por Computadora (CAGD).

### Referencias básicas

- Bézier, Pierre: *The mathematical basis of the UNISURF CAD system* Butterworths, London, 1986.
- Farouki, Rida T.: *The Bernstein polynomial basis: A centennial retrospective Computer Aided Geometric Design*. Volume 29, Issue 6, August 2012, Pages 379-419.
- Steffens, Karl-George: *The History of Approximation Theory: From Euler to Bernstein*. Birkhäuser, Boston, 2006.
- Paluszny, Marco; Prautzsch, Hartmut ; Boehm, Wolfgang: *Métodos de Bézier y B-splines* Universitätsverlag Karlsruhe, Karlsruhe, 2005.