

Proyecto de trabajo de fin de grado ofrecido por Fernando Quirós Gracián

Caos y fractales

Objetivo: En la teoría de sistemas dinámicos se habla de *caos* o comportamiento caótico para referirse a un comportamiento determinista aperiódico muy sensible a las condiciones iniciales. Los fenómenos caóticos tienen una apariencia aleatoria aun cuando no constituyen hechos propiamente aleatorios ya que son el resultado de dinámicas deterministas. Un fractal es una figura geométrica complicada que no se simplifica al ser ampliada.

En este trabajo estudiaremos algunos conjuntos fractales y cómo aparecen al estudiar el comportamiento de ciertos sistemas dinámicos con comportamientos caóticos.

Requisitos: EDOs, Modelización y un cierto gusto por la simulación numérica.

Bibliografía:

- Alligood, Kathleen T.; Sauer, Tim D.; Yorke, James A. "Chaos. An introduction to dynamical systems." Textbooks in Mathematical Sciences. Springer-Verlag, New York, 1997.
- Gulick, Denny. "Encounters with chaos and fractals." Second edition. CRC Press, Boca Raton, FL, 2012.
- Hirsch, Morris W.; Smale, Stephen; Devaney, Robert L. "Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos." Third edition. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2013.

Proyecto de trabajo de fin de grado ofrecido por Fernando Quirós Gracián

Este proyecto puede dar lugar a varios trabajos distintos, en función del problema de frontera libre que se estudie. El título del trabajo se adaptaría a dicho problema.

Problemas de frontera libre

Objetivo: En los problemas de EDP que el estudiante se encuentra en los estudios de Grado, la solución tiene que satisfacer la ecuación en un dominio prescrito, junto con unas condiciones en la frontera del mismo. En los problemas de frontera libre el dominio donde se verifica la ecuación no es conocido a priori: es una incógnita del problema que debe ser hallada junto con la solución de la ecuación. Para que el problema esté bien determinado será necesario imponer alguna condición adicional en la frontera.

En este trabajo estudiaremos la teoría básica de alguno de los siguientes tres problemas de frontera libre clásicos: el problema del obstáculo, el problema de Stefan (que describe la evolución de una mezcla de agua y hielo) o la ecuación de los medios porosos.

Requisitos: “Ecuaciones en derivadas parciales”. Conviene que el estudiante se matricule en las asignaturas “Análisis funcional” y “Ecuaciones diferenciales y aplicaciones”, con las que el trabajo está estrechamente relacionado.

Bibliografía:

- Kinderlehrer, David; Stampacchia, Guido “An introduction to variational inequalities and their applications.” Reprint of the 1980 original. Classics in Applied Mathematics, 31. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2000.
- Vázquez, Juan Luis. “The porous medium equation. Mathematical theory.” Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, Oxford, 2007.
- Friedman, Avner. “Variational principles and free-boundary problems.” Second edition. Robert E. Krieger Publishing Co., Inc., Malabar, FL, 1988.

Proyecto de trabajo de fin de grado ofrecido por Fernando Quirós Gracián

Teoría espectral

Objetivo: La Teoría Espectral es una de las principales ramas del Análisis Funcional moderno. Trata de ciertos operadores inversos, sus propiedades generales y sus relaciones con los operadores originales. Estos operadores inversos surgen de forma natural al intentar resolver ecuaciones (sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, ecuaciones diferenciales, ecuaciones integrales). Las investigaciones de Sturm y Liouville sobre problemas de valores de frontera y la teoría de ecuaciones integrales de Fredholm fueron importantes en el desarrollo del campo.

En este trabajo comenzaremos considerando la teoría espectral de operadores lineales acotados en espacios normados y prehilbert. Esto incluye considerar clases de operadores de gran interés práctico, como los operadores compactos y los operadores autoadjuntos. Estudiaremos también la teoría espectral de operadores unitarios. Finalmente consideraremos operadores lineales no acotados en espacios de Hilbert y sus aplicaciones a la mecánica cuántica.

Requisitos: Conviene que el estudiante se matricule en la asignatura “Análisis funcional”, con la que el trabajo está estrechamente relacionado.

Bibliografía:

- Erwin Kreyszig, “Introductory functional analysis with applications”, John Wiley & Sons, 1978.