

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2022-23

PROFESOR/A: Ana María Vargas Rey

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 3

1.- TÍTULO: Operadores maximales y diferenciación.

Resumen/contenido:

Prerrequisito: por los contenidos tratados en el curso es necesario que el alumno haya cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. También sería natural que estuviera cursando la asignatura Variable Real de cuarto curso.

Contenidos:

- El operador maximal de Hardy-Littlewood. Teorema de diferenciación de Lebesgue.
- Funciones de variación acotada. Continuidad absoluta.
- Aproximaciones de la identidad.
- Lemas de cubrimiento y diferenciación. Bases de rectángulos.
- Operadores maximales direccionales y operador maximal de Kakeya. Conjuntos de Besicovitch y Nikodym.

El trabajo debe incluir los tres primeros temas, salvo las partes que estén contenidas en algún curso de grado seguido por el alumno. De los otros dos, que son extremadamente amplios, se elegirán algunos temas para completarlo.

Bibliografía/referencias:

- [Gr] Grafakos, Loukas, Modern Fourier Analysis. Springer 2009.
- [Gu] Guzman, Miguel de, Real Variable Methods in Fourier Analysis, North-Holland 1981.
- [R] Rudin, Walter, Real and Complex Analysis, 3rd edition. McGraw Hill 1987.
- [S] Elias M. Stein, Rami Shakarchi, Real Analysis. Measure theory, integration & Hilbert spaces, Princeton University Press (2005)

Válido para más de un estudiante: **SÍ**

2.- TÍTULO: Transformada de Fourier y Medidas de Hausdorff

Resumen/contenido:

Prerrequisito: por los contenidos tratados en el curso es necesario que el alumno haya cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. También sería natural que estuviera cursando la asignatura Variable Real de cuarto curso.

Contenidos:

- Preliminares de Teoría Geométrica de la Medida: medida y dimensión de Hausdorff, lema de Frostman.
- Transformada de Fourier en L^1 y L^2 . Transformada de Fourier de funciones radiales. Dimensión de Fourier y conjuntos de Salem.
- Aplicaciones del Análisis de Fourier a la Teoría Geométrica de la Medida. Proyecciones, conjuntos de distancias, construcciones específicas.

Bibliografía/referencias:

El libro básico para el trabajo será el de Pertti Mattila [M2].

[F] Kenneth J. Falconer, The Geometry of Fractal Sets. Cambridge University Press (1985)

[M1] Pertti Mattila, Geometry of Sets and Measures in Euclidean Spaces. Fractals and Rectifiability, Cambridge University Press (1995)

[M2] Pertti Mattila, Fourier Analysis and Hausdorff Dimension. Cambridge University Press, 2015.

[S] Elias M. Stein, Rami Shakarchi, Real Analysis. Measure theory, integration & Hilbert spaces, Princeton University Press (2005)

Válido para más de un estudiante: **SÍ**

3.- **TÍTULO: Introducción al Análisis de Fourier: integrales singulares**

Introducción

Resumen/contenido:

Prerrequisito: por los contenidos tratados en el curso es necesario que el alumno haya cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. También sería natural que estuviera cursando la asignatura Variable Real de cuarto curso.

Contenidos:

- La transformada de Fourier: definición en L^1 , propiedades básicas. Clase de Schwartz y distribuciones temperadas. Extensión a L^2 , Teorema de Plancherel, fórmula de inversión.
- El núcleo de Poisson conjugado. La transformada de Hilbert. Acotación en L^2 . Descomposición de Calderón-Zygmund y acotación en L^p .
- El Lema de Cotlar. Revisión de la acotación en L^2 de la transformada de Hilbert.
- Integrales singulares en dimensiones superiores.

Bibliografía/referencias:

[D] Duoandikoetxea, J., Fourier Analysis, Grad. Studies in Math. 29, American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

[G1] Grafakos, L., Classical Fourier Analysis, Third edition, Graduate Texts in Math. 249, Springer, New York, 2014.

[G2] Grafakos, L., Modern Fourier Analysis, 3rd edition, Graduate Texts in Math. 250, Springer, New York, 2014.

[S] Stein, E. M., Harmonic Analysis, Real Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals, Princeton Mathematical Series, 43, Monographs in Harmonic Analysis, III, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1993.

Válido para más de un estudiante: **NO**