

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2022-23

PROFESOR/A: Antonio Cuevas González

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- **TÍTULO:** *Leyes de los grandes números para análisis de datos generales*

Resumen/contenido: En muchos problemas de análisis de datos, de creciente importancia práctica, los datos disponibles no son del tipo más habitual (números o vectores numéricos) sino elementos más “generales” (por ejemplo, funciones,...) cuyo hábitat natural es un espacio de Banach o Hilbert. En tales situaciones sigue teniendo sentido la idea intuitiva de la “ley de estabilidad de los promedios” o Ley de los Grandes Números (LGN), es decir, la media muestral (el promedio de los elementos de la muestra) debería tender hacia la “media poblacional” del elemento aleatorio que estamos observando. Pero la formalización de esta idea requiere establecer con claridad cómo se define la “media” de un elemento aleatorio que toma valores en un espacio de Banach. Este es precisamente el propósito de la integral de Bochner. En este trabajo se esbozará la teoría básica de la integral de Bochner y su aplicación a las versiones más elementales de la LGN.

Requisitos: se requiere cierta familiaridad con los conceptos básicos de la teoría de espacios de Banach y de Hilbert, así como con algunas nociones elementales de teoría de la medida (como la definición general de integral, con respecto a una cierta medida, de una función real medible) y con resultados fundamentales de la teoría de la probabilidad.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: *Teoría de la Integral y de la Medida, Probabilidad II, Análisis Funcional, Variable Real*

Bibliografía/referencias:

Bosq, D. (2000). *Linear Processes in Function Spaces. Theory and Applications.* Lecture Notes in Statistics, 149. Springer.

Hsing, T. and Eubank, R. (2015). *Theoretical foundations of functional data analysis, with an introduction to linear operators.* Wiley.

Válido para más de un estudiante: no

2.- **TÍTULO:** *Sobre los fundamentos matemáticos de la metodología de redes neuronales (artificial neural networks)*

Resumen/contenido:

Las llamadas “redes neuronales artificiales” se han convertido en herramientas extremadamente populares en diferentes problemas, incluyendo clasificación, reconocimiento de formas y regresión. Frecuentemente se cita un clásico teorema (publicado en 1957) como el fundamento remoto de esta metodología. Sin embargo, esta afirmación es controvertida y actualmente es habitual citar referencias más cercanas y, en particular, un teorema de Cybenko (1989). En este trabajo se propone revisar brevemente el planteamiento general de las redes neuronales y los resultados en las que se basan. Se prestará especial atención al mencionado teorema de Cybenko.

Requisitos: se requiere cierta familiaridad con ideas básicas de análisis real y funcional. La motivación de los resultados que se van a obtener es más obvia en problemas de estadística (clasificación y regresión) por lo que es deseable alguna formación en probabilidad y estadística.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: *Análisis Funcional, Variable Real, Estadística II, Probabilidad II.*

Bibliografía/referencias:

Braga-Neto, U. (2020). *Fundamentals of Pattern Recognition and Machine Learning*. Cham, Springer.

Cybenko, G. (1989). Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of control, signals and systems*, 2(4), 303-314.

Schmidt-Hieber, J. (2021). The Kolmogorov–Arnold representation theorem revisited. *Neural Networks* 137, 119–126.

Válido para más de un estudiante: no
