

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2022-23

PROFESOR: Dmitri Yakubovich

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- TEMA: Conmutadores de aplicaciones lineales en espacios finito dimensionales y en espacios de Hilbert

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: Los espacios de Hilbert complejos son los más simples y bonitos espacios normados infinito dimensionales, análogos a los espacios euclídeos. Considerando los contextos finito e infinito dimensionales, estudiaremos, qué aplicaciones lineales pueden ser representados como $AB-BA$, donde A y B son aplicaciones lineales de H a H , donde H es un espacio unitario finito dimensional o un espacio de Hilbert. En particular, estudiaremos el teorema de Kleinecke-Shirokov, que afirma que toda aplicación lineal (operador) $C=AB-BA$, que conmuta con A , es pequeño en el sentido de que $\|C^n\|^{1/n}$ tiende a 0 cuando $n \rightarrow \infty$, donde $\|C^n\|$ es la norma de C^n .

Requisitos: no hay

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional.

[1] P. R. Halmos, A Hilbert space problem book, Van Nostrand, Princeton, N. J., 1967.

[2] D. Kleinecke, On operator commutators. Proc. Amer. Math. Soc. 8 (1957), 535–536.

2. TEMA: La traza y el determinante en el contexto de infinitas dimensiones

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: La traza y el determinante de una aplicación lineal se extienden al caso de espacios lineales infinito dimensionales, tales como espacios de Hilbert y de Banach. Esta teoría no es trivial y tiene relaciones con la variable compleja. Pretendemos llegar hasta la demostración del teorema de Lidsky, que dice que en el contexto del espacio de Hilbert, la traza de un operador es igual a la suma de sus autovalores.

Requisitos: no hay

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional.

[1] B. Simon. Trace ideals and their applications. Cambridge University Press, 1979.

[2] K. Zhu. Operator theory in function spaces. 2nd ed. , Providence R.I.: American Mathematical Society, 2007

3.- TEMA: El Teorema matricial de Kreiss y resultados relacionados.

Válido para 2 alumnos.

Resumen/contenido:

El Teorema matricial de Kreiss relaciona el supremo de las normas de las potencias de una matriz con la cota para el crecimiento de su resolvente, cuando el parámetro espectral se acerca al disco unidad. La estimación depende del tamaño de la matriz. En el trabajo de Spijker (1991) se encontró una desigualdad óptima. Tiene aplicaciones en el Cálculo Numérico. Se pretende estudiar este grupo de resultados, cuyas demostraciones utilizan interesantes herramientas de Análisis.

Requisitos: no hay

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional.

Bibliografía/referencias:

- [1] M. N. Spijker, On a conjecture by LeVeque and Trefethen related to the Kreiss matrix theorem, BIT 31 (1991), 551-555.
- [2] Strikwerda, J.C., Wade, B.A.: A survey of the Kreiss matrix theorem for power bounded families of matrices and its extensions. In: Janas, J., Szafraniec, F.H., Zemánek, J. (eds.) Linear Operators. Banach Center Publ., vol. 38, pp. 339–360. Institute of Mathematics, Polish Acad. Sci., Warsaw (1997).

4.- TEMA: **Clases de Hardy, operadores de Toeplitz y su índice de Fredholm.**

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: Los operadores de Toeplitz están definidos sobre espacios clásicos de Hardy, que son unos espacios de Banach muy naturales, compuestos por funciones, analíticas en el disco unidad. Estudiaremos estos espacios, estos operadores y la noción del índice de Fredholm, que los distingue de cualquier operador en un espacio normado finito dimensional.

Requisitos: Se requiere matricularse (o haber aprobado) Análisis Funcional.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias:

- [1] Martinez-Avedaño, Peter Rosenthal. An introduction to operators on Hardy-Hilbert spaces. MAT/30/MAR
- [2] Gohberg, Krupnik. One-dimensional linear singular integral equations Birkhäuser, 1992. MAT/47/GOH Vol.1 - Chapter 4.