

Curso 2016-17
Propuesta de trabajos fin de Grado
Ana Vargas Rey

1. La transformada de Fourier.

Prerrequisito: por los contenidos tratados en el curso es necesario que el alumno haya cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. También sería natural que estuviera cursando la asignatura Variable Real de cuarto curso.

Contenidos:

- Definición de la transformada de Fourier. Identidad de Plancherel. Principio de indeterminación de Heisenberg. Funciones de banda limitada.
- La transformada de Fourier y la variable compleja.
- Series y transformada de Fourier en grupos.

[D] Dym, H., McKean, H.P. Fourier Series and Integrals. Academic Press 1972.

[R] Rudin, Walter, Real and Complex Analysis, 3rd edition. McGraw Hill 1987.

2. Aplicaciones del Análisis Armónico a la ecuación de Schrödinger.

Prerrequisito: por los contenidos tratados en el curso es necesario que el alumno haya cursado

las asignaturas de Ecuaciones en derivadas parciales y Teoría de la integral de tercer curso del grado en Matemáticas.

Los contenidos básicos serán los siguientes:

- Definiciones y propiedades básicas de la transformada de Fourier, los espacios L^p y las distribuciones temperadas.
- Ecuación lineal de Schrödinger. Solución del problema de valores iniciales. Desigualdades de Strichartz.
- Ecuaciones no lineales. Teoría de existencia y unicidad local para datos en L^2 , H^1 y H^2 .
- Ecuaciones no lineales: existencia global y scattering.

El primero de estos temas incluye un repaso de temas vistos en el curso de Ecuaciones en derivadas parciales, de tercer curso del grado en Matemáticas, y una rápida visión de algunos conceptos algo más avanzados en la que una buena referencia es el primer capítulo de libro de Linares y Ponce.

[C] Cazenave, Thierry, An introduction to nonlinear Schrödinger equations, Instituto de Matemática–UFRJ Rio de Janeiro (1996).

[LP] Linares, Felipe; Ponce, Gustavo, Introduction to Nonlinear Dispersive Equations, Springer 2009.

[T] Tao, Terence, Nonlinear Dispersive Equations, American Mathematical Society 2006.

3. Operadores maximales y diferenciacion.

Prerrequisito: por los contenidos tratados en el curso es necesario que el alumno haya cursado la asignatura de Teoría de la integral y la medida de tercer curso del grado en Matemáticas. También sería natural que estuviera cursando la asignatura Variable Real de cuarto curso.

Contenidos:

- El operador maximal de Hardy-Littlewood. Teorema de diferenciación de Lebesgue.
- Funciones de variación acotada. Continuidad absoluta.
- Aproximaciones de la identidad.
- Lemas de cubrimiento y diferenciación. Bases de rectángulos.
- Operadores maximales direccionales y operador maximal de Kakeya. Conjuntos de Besicovitch y Nikodym.

El trabajo debe incluir los tres primeros temas, salvo las partes que estén contenidas en algún curso de grado seguido por el alumno. De los otros dos, que son extremadamente amplios, se elegirán algunos temas para completarlo.

[Gr] Grafakos, Loukas, Modern Fourier Analysis. Springer 2009.

[Gu] Guzman, Miguel de, Real Variable Methods in Fourier Analysis, North-Holland 1981.

[R] Rudin, Walter, Real and Complex Analysis, 3rd edition. McGraw Hill 1987.

[S] Elias M. Stein, Rami Shakarchi, Real Analysis. Measure theory, integration & Hilbert spaces, Princeton University Press (2005)