

Propuestas TFG, Curso 2016-17 - (Javier Cárcamo)

1. Procesos empíricos

Introducción: La distribución empírica de una muestra aleatoria es la distribución uniforme discreta sobre las observaciones. El análisis de la convergencia de esta medida (a la correspondiente medida poblacional) y, en particular, la convergencia de su función de distribución (la función de distribución empírica) constituye la teoría de los procesos empíricos. Esta teoría proporciona una colección de herramientas extremadamente potentes para obtener la mayor parte de los teoremas límite de la estadística asintótica.

Objetivos: En este trabajo se propone una introducción a los procesos empíricos. Comenzaremos por estudiar brevemente el movimiento y puente Browniano para centrarnos posteriormente en el proceso empírico clásico y sus principales propiedades. Finalmente, trataremos los teoremas de Glivenko–Cantelli y Donsker, así como algunas aplicaciones de estos resultados.

Herramientas: Se manejarán los conceptos estudiados en las asignaturas de cálculo de probabilidad del Grado (Probabilidad I y II), Teoría de la medida y Estadística.

Bibliografía inicial:

- van der Vaart, A.W. y Wellner, J.A. (1996). *Weak Convergence and Empirical Processes: With Applications to Statistics*. Springer.
- van der Vaart, A.W. (1998). *Asymptotic Statistics*. Cambridge University.
- Shorack, G.R. y Wellner, J.A. (1986). *Empirical Processes with Applications to Statistics*. Wiley.

2. Cópulas

Introducción: Las cópulas son funciones que unen o “emparejan” funciones de distribución multivariates con sus respectivas distribuciones marginales unidimensionales. Visto desde otro punto de vista, las cópulas son funciones de distribución multivariadas cuyas distribuciones marginales son uniformes sobre el intervalo $(0,1)$. Las cópulas son de interés por muchas razones. Por un lado, permiten estudiar medidas de dependencia libres de escala. Además, son el punto de partida para construir distribuciones de probabilidad multivariadas. También proporcionan técnicas para simular estas variables en algunas ocasiones.

Objetivos: Proponemos estudiar las ideas principales de la teoría de cópulas. Su definición formal, algunos ejemplos elementales y sus principales propiedades. Repasaremos algunos resultados de interés como el Teorema de Sklar y las cotas de Frechet-Hoeffding para la distribución conjunta. Veremos la relación de las cópulas con medidas de dependencia y repasaremos las principales familias de cópulas (cópula arquimedianas, armónicas, homogéneas, convexas, etc.)

Herramientas: Se manejarán los conceptos básicos estudiados en las asignaturas de cálculo y probabilidad del Grado (Probabilidad I y II), así como algunas ideas de Estadística.

Bibliografía inicial:

- Nelsen, R.B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer.
- Joe, H. (2014). *Dependence Modeling with Copulas*. Chapman and Hall/CRC.