

PROPUESTA DE TRABAJOS FIN DE MASTER
ORLANDO E. VILLAMAYOR
CURSO 2016/17

1. Teoría de dimensión de anillos.

La noción de "dimensión" de un anillo se corresponde a la noción de dimensión de un espacio cuando el anillo

es aquel cuyos elementos son las funciones sobre el espacio. Por ejemplo el anillo de funciones (que vamos a especificar)

sobre el espacio R^n será un anillo de dimensión n .

Los espacios a considerar son las variedades y los anillos a considerar son los anillos de funciones sobre la misma.

Contenidos: Se formulan distintas definiciones de dimensión para un anillo local y se estudia su equivalencia. Una de estas definiciones hace uso de la llamada "Función de Hilbert" de un anillo local. La discusión anterior permite introducir la noción de "anillo regular", que se corresponde con la de punto regular de una variedad. Finalmente se vinculará la dimensión del anillo de funciones de una variedad sobre un cuerpo k con el grado de trascendencia del cuerpo de cocientes sobre k .

Requisitos previos y advertencia:

Conocimiento de nociones básicas de anillos y de ideales. Es recomendable algún conocimiento de teoría de Galois. Para encarar este proyecto el alumno deberá familiarizarse con las nociones de módulos sobre un anillo, y sucesiones exactas de módulos entre otras. Los contenidos a cubrir requieren un trabajo intenso, y el proyecto está dirigido a alumnos con especial interés en el álgebra.

BIBLIOGRAFÍA:

- 1) Introducción al Álgebra Conmutativa. M.F. Atiyah, I.G. Macdonald. Editorial Reverté.
- 2) Undergraduate Commutative Algebra. M. Read. London Math. Soc. Student texts 29.

2. Introducción a la Teoría de esquemas.

Hay dos conceptos muy vinculados en la geometría algebraica: el de variedad sobre un cuerpo, y el de esquema. Tanto las variedades como los esquemas son, en particular, espacios topológicos, aunque la noción de esquema es bastante más general. Una variedad sobre un cuerpo k es el conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones polinomiales en n variables sobre k , mientras que la noción de esquema nos permite reemplazar el cuerpo por un anillo. De particular interés son los esquemas aritméticos en el que el anillo k a considerar es el de los números enteros.

CONTENIDOS:

En primer lugar se estudian conceptos básicos de teoría de módulos sobre un anillo, homomorfismos, sucesiones exactas, teoremas de Cayley-Hamilton. Luego se analizan los espacios topológicos asociados a un anillo noetheriano. Espacios topológicos noetherianos y su descomposición en irreducibles. Se estudiarán los morfismos finitos entre esquemas, variedades sobre cuerpos finitos y los distintos teoremas de normalización.

Requisitos previos:

Conocimiento básico de anillos y de ideales. Es conveniente tener conocimiento sobre extensiones de cuerpos y de teoría de Galois. Se advierte que para encarar este proyecto el alumno deberá familiarizarse con distintas nociones previas. Los contenidos a cubrir requieren un trabajo intenso, y el proyecto está dirigido a alumnos con especial interés en el álgebra o la geometría.

BIBLIOGRAFÍA:

- 1) Introducción al Álgebra Conmutativa. M.F. Atiyah, I.G. Macdonald. Editorial Reverté.
- 2) Undergraduate Commutative Algebra. M. Read. London Math. Soc. Student texts 29.