

## Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2018-19

**PROFESOR:** Andrei Jaikin

### 1.- **TÍTULO:** Grupos finitos cuyo orden es divisible por 2 primos

Resumen/contenido: Sean  $p$  y  $q$  dos primos, En un curso básico de teoría de grupos se ve que los grupos de orden  $pq$ ,  $p^2q$ ,  $p^3q$  o  $p^2q^2$  son resolubles. Estos resultados son casos particulares del teorema de Burnside que dice que un grupo finito cuyo orden es divisible por sólo dos primos es resoluble.

El trabajo pretende desarrollar la demostración de este teorema usando las técnicas de teoría de representaciones de grupos.

Para la realización del trabajo se requieren conocimientos de los cursos de Álgebra Lineal, Estructuras Algebraicas y Teoría de Galois.

Bibliografía/referencias:

M. Isaacs, Character Theory of Finite Groups, Dover Books on Mathematics.

### 2.- **TÍTULO:** Álgebras y Grupos de Golod-Shafarevich

Resumen/contenido: Los álgebras y grupos de Golod-Shafarevich fueron introducidos en el año 1964 por los matemáticos Evgenii Golod e Igor Shafarevich y han servido como una herramienta esencial para construir ejemplos en la teoría de anillos y la teoría de grupos. Usando su construcción Golod y Shafarevich resolvieron varios problemas famosos.

El primer problema es atribuido a Kurosh y Levitzky y pregunta si existe un álgebra finitamente generado de dimensión infinita con todos los elementos nilpotentes. La construcción de Golod-Shafarevich proporciona un álgebra con estas propiedades. El segundo problema es un análogo del problema anterior para grupos. El problema está atribuido a Burnside y pregunta si existen grupos infinitos, finitamente generados con todos los elementos de orden finito. La existencia de un grupo con estas propiedades se sigue también del trabajo de Golod y Shafarevich. El tercer problema es un problema de teoría de números que pregunta si cualquier cuerpo de números tiene una extensión finita cuyo anillo de enteros es un dominio de ideales principales. La solución del problema se obtiene construyendo una extensión infinita con un pro- $p$  grupo de Galois que satisface condiciones de Golod-Shafarevich.

El trabajo pretende ser una introducción a los álgebras, grupos y pro- $p$  grupos de Golod-Shafarevich y a algunas de aplicaciones mencionadas anteriormente.

Para la realización del trabajo se requieren conocimientos de los cursos de Álgebra Lineal, Estructuras Algebraicas y Teoría de Galois.

Bibliografía/referencias:

J. D. Dixon, M. du Sautoy, A. Mann, D. Segal, Analytic pro- $p$  groups.

M. Ershov, Golod-Shafarevich groups: a survey. Internat. J. Algebra Comput. 22 (2012), 68 pp.